Retningslinjer for bedømmelsen
Georg Mohr-Konkurrencen 2020
2. runde

Besvarelser som falder uden for de løsninger som ligger til grund for pointskemaerne, bedømmes ved analogi så skridt med tilsvarende vægt i den samlede løsning får tilsvarende point.

Opgave 1

Samlingen af de seks streger som på figuren danner en regulær sekskant, kaldes for *ringen*. Fra cirklerne for enden af hver af tre af ringens streger udgår der en streg som ikke er en del af ringen, og disse to streger mødes i en tredje cirkel. Samlingen af disse to streger og stregen i ringen kaldes for en *trekant*. Figuren indeholder således tre trekanter, som hver har én streg fælles med ringen.

- 1 point for at vise at 9 point er muligt. Det ses som et tilstrækkeligt bevis hvis en farvelægning til 9 point er nævnt eller tegnet i besvarelsen.
- 3 point for at vise at det ikke er muligt at få mere end 9 point. Her kan opnås følgende delpoint, som ikke kan lægges sammen.
  - 2 point for at vise at Georg højst kan få 2 point i en trekant.
  - 1 point for at vise et af følgende og 2 point for at vise mindst to af følgende:
    - Hvis ringen giver 6 point, får Georg højst 3 point fra trekanternes øvrige sider.
    - Hvis ringen giver 4 point, får Georg højst 5 point fra trekanternes øvrige sider.
    - Hvis ringen giver 0 eller 2 point, får Georg højst 6 point fra trekanternes øvrige sider.
  - 1 point for at vise at blandt de farvelægninger hvor et givet antal point kommer fra ringen, kan Georg få flest point fra trekanternes øvrige sider ved at sørge for at færrest muligt af pointene fra ringen stammer fra en streg i en trekant.

Opgave 2

Skemaerne nedenfor anviser tildelingen af point for tre hovedtyper af løsninger. Der kan forkomme mange forskellige løsningsforsøg som kombinerer elementer fra alle tre hovedtyper. I de tilfælde gives der point så de enkelte elementer får samme vægt som nedenfor.

De ensfarvede trekanter og trapezer betegnes under ét som *striber*. Ved en *enhed* forstås en enkelt fastlagt længde eller et par af fastlagte længder på figuren.

a. Beregning

- 1 point for at udtrykke ét stribeareal, en simpel kombination af stribearealer eller én midtpunktstransversal i en stribe i hver af den 7-stribede og den 4-stribede trekant ved en enhed.
- Yderligere 1 point for at udtrykke alle stribearealer eller alle midtpunktstransversaler ved enheden.
- Yderligere 1 point for ét af følgende.
  - Hvis enheden er et par af længder, udtrykke deres produkt ved den givne størrelse 10 af det grå areal.
  - Bestemme forholdet mellem det hvide og det grå areal eller mellem firkantens areal og det grå areal.
- Yderligere 1 point for at beregne firkantens areal på grundlag af det forrige.

Bemærkning : Der kræves ikke noget ligedannethedsargument som bevis for at en bestemt længde i en stribe er lig med en bestemt brøk gange en længde i enheden. Det er tilstrækkeligt at dette er begrundet med passende hjælpelinjer og/eller afmærkninger på en figur.

b. Forhold

- 1 point for at at bestemme forholdet mellem stribearealerne eller stribernes midpunkts-transversaler i den 7-stribede og den 4-stribede trekant hver for sig.
- 1 point for at bestemme forholdet mellem ét stribeareal eller én midtpunktstransversal eller en kombination af sådanne størrelser i den 7-stribede trekant og en tilsvarende størrelse i den 4-stribede trekant.
- Yderligere 1 point for at bestemme forholdet mellem det hvide og det grå areal eller mellem firkantens areal og det grå areal.
- Yderligere 1 point for at beregne firkantens areal på grundlag af det forrige.

Bemærkning : Bestemmelse af forholdstallene kræver ikke beviser for kongruens eller ligedannethed. Det er tilstrækkeligt at de bliver begrundet med passende hjælpelinjer og/eller afmærkninger på en figur.

c. Parring af arealer

- 1 point for at inddele firkanten i trekanter eller trekanter og firkanter hvoraf alle eller de fleste kan parres så delfigurerne i hvert par har samme areal men forskellig farve.
  - Hvis alle delfigurerne kan parres som nævnt, kan der gives yderligere 2 point når det et nævnt eller bevist at i alle par har de to delfigurer lige store arealer.
  - Hvis kun nogle af delfigurerne kan parres, kan der gives følgende point.
    - 1 point for at nævne eller bevise at i alle par har de to delfigurer lige store arealer.
    - 1 point for at vise at de resterende grå delfigurer tilsammen har samme areal som de resterende hvide delfigurer.
- Yderligere 1 point for at slutte at det grå og det hvide areal er lige store, og firkantens areal derfor er $2 \cdot 10 = 20$.

Bemærkning 1: Bevis for lige store arealer i et par kræves ikke hvis delfigurerne er åbenlyst kongruente. I det tilfælde er det tilstrækkeligt at de lige store arealer er nævnt.

Bemærkning 2: Der kan gives 1 af ovennævnte 2 point hvis firkanten er inddelt med en brudt linje sat sammen af diagonaler i trapezerne, og det kun er bevist at par af de fremkomne trekanter som grænser op til den samme side af firkanten, har lige store arealer. Det er tilfældet hvis det er benyttet at parrets to trekanter har lige store grundlinjer på den pågældende side af firkanten, eller at de fremkommer ved deling af en trekant med en median. Argumentet kan så ikke anvendes på de to lige store trekanter som er adskilt af diagonalen parallel med striberne.

Opgave 3

Tallet betegnes med n, sidste ciffer med y og forholdet mellem n med et indsat 0 og n selv med k.

a. Opad begrænsning af n

- 1 point for at vise at n går op i $9y$.
- 2 point for at opregne alle divisorer i $9y$ for $1 \leq y \leq 9$ og identificere dem af dem der har mere end ét ciffer, hvoraf det sidste er lig med y. Heraf kan der gives 1 point hvis opregningen er ufuldstændig.
- 1 point for at efterprøve at de fundne n opfylder opgavens beskrivelse. Dette point kan gives selv om ikke alle tre værdier af n er fundet.

b. Opad begrænsning af k

- 1 point for at vise $1 \leq k \leq 10$.
- 1 point for at vise at 5 går op i ét af tallene $k-1$ og y.
- 1 point for at bestemme samtlige n i det tilfælde hvor $5 \mid k-1$.
- 1 point for at bestemme samtlige n i det tilfælde hvor $5 \mid y$.

b1. Opad begrænsning af k (variant)

- 1 point for at vise $1 \leq k \leq 10$.
- 3 point for at bestemme samtlige n for hvert enkelt k i intervallet $1 \leq k \leq 10$. Der kan gives følgende delpoint, som ikke kan lægges sammen:
  - 1 point for at bestemme samtlige n for 6 værdier af k i intervallet $1 \leq k \leq 10$.
  - 2 point for at bestemme samtlige n for 8 værdier af k i intervallet $1 \leq k \leq 10$.

Bemærkning 1 : Hvis deltageren ikke har opnået andre point, giver det 1 point at nævne alle tre løsninger.

Bemærkning 2 : Hvis man efter at have vist at n går op i $9y$, sætter $9y = ln$, kan man slutte at 10 går op i $(9-l)y$. Her er $l = 10 - k$, og man føres til en videre analyse som i løsning b. Ved sådanne løsningsforsøg anvendes skema b med k læst som $10 - l$. Det første point i skema a kan gives hvis ingen af pointene i skema b kan opnås.

Opgave 4

a. Forhold

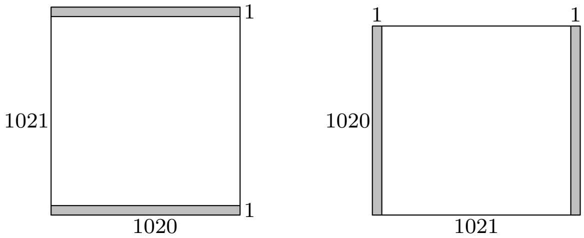
- 1 point for at begrunde at papstykkets kantforhold kan skrives som en uforkortelig brøk s/t.
- 1 point for at vise at antallet af én elevs kvadrater er kst, hvor k er et positivt helt tal.
- 1 point for at opstille et udtryk for det samlede antal kvadrater på grundlag af det forrige.
- 1 point for at vise at dette udtryk kun kan give et primtal hvis $s = t = 1$.

b. Fælles faktor > 1

- 1 point for at begrunde at papstykkets kantforhold kan skrives som en uforkortelig brøk s/t.
- 1 point for at begrunde at hvis $\frac{s}{t} \neq 1$, så findes der et helt tal $m > 1$ som går op i enten s eller t, og at hvis x og y er antallet af strimler på hver led i den enkelte elevs udklipning af papstykket så $\frac{x}{y} = \frac{s}{t}$, så går m også op i enten alle x eller alle y.
- 1 point for at vise at m så går op i det samlede antal n af kvadrater.
- 1 point for at vise $n > m$ så antagelsen $\frac{s}{t} \neq 1$ strider mod at n er et primtal.

Opgave 5

Kald et område bestående af enten første og sidste række i et 1021×1020-rektangel eller første og sidste søjle i et 1020×1021-rektangel for et S-område.



S-områder

- 1 point for vise at det er muligt med 2000 spioner. (Eksempel er ikke nok, der skal også være argument for at det virker).
- 1 point for at vise at der i ethvert S-område er anbragt mindst én spion.
- 1 point for vise at der findes en mængde af områder som tilsammen dækker brættet bortset fra det midterste 20×20-kvadrat nøjagtig to gange, hvert indeholdende ét eller flere disjunkte S-områder så disse S-områders samlede antal spioner er mindst 4000.
- 1 point for at slutte heraf at der er mindst 2000 spioner.