

# Georg Mohr-Konkurrencen 2019

## Anden runde

Tirsdag den 8. januar 2019 kl. 9-13

Tilladte hjælpemidler: kun skrive- og tegneredskaber.  
Husk at argumentation er væsentlig ved bedømmelsen,  
og at delvise besvarelser også kan give point.

**Opgave 1.** Hvilke positive hele tal opfylder at summen af tallets tre sidste cifre lagt til tallet selv giver 2029?

**Opgave 2.** To forskellige tal  $a$  og  $b$  opfylder at de to ligninger

$$x^{2019} + ax + 2b = 0 \quad \text{og} \quad x^{2019} + bx + 2a = 0$$

har en fælles løsning.

Bestem samtlige mulige værdier af  $a + b$ .

**Opgave 3.** På et stykke papir står syv positive hele tal. Ligeegyldigt hvilke fem af de syv tal man vælger, så går hvert af de to resterende tal op i summen af de valgte fem tal.

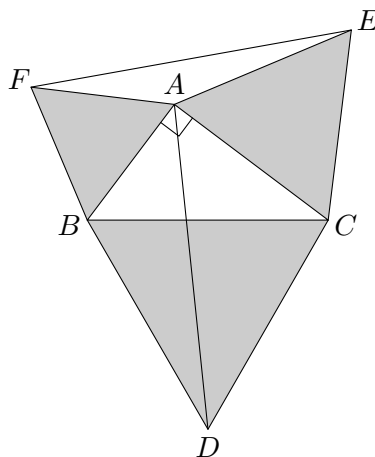
Hvor mange forskellige tal kan der højst være blandt de syv?

**Opgave 4.** Georg skriver et positivt helt tal  $a$  på en tavle. Så længe der står et tal på tavlen, gør han derefter følgende hver dag:

- Hvis det sidste ciffer i tallet på tavlen er mindre end eller lig med 5, sletter han dette sidste ciffer. (Hvis der kun er dette ene ciffer, bliver tavlen altså tom.)
- Ellers sletter han hele tallet og skriver i stedet 9 gange tallet.

Kan Georg vælge  $a$  så tavlen aldrig bliver tom?

**Opgave 5.** I nedenstående figur er trekkanterne  $BCD$ ,  $CAE$  og  $ABF$  ligesidede, og trekanten  $ABC$  er retvinklet med  $\angle A = 90^\circ$ .



Bevis at  $|AD| = |EF|$ .