

# 30. Nordiske Matematikkonkurrence

Tirsdag d. 5. april 2016

Dansk version

*Tid: 4 timer. Hver opgave kan give 7 point.  
Tilladte hjælpemidler: Skrive- og tegneredskaber.*

## Opgave 1

Bestem alle følger af ikke-negative heltal  $a_1, \dots, a_{2016}$ , alle mindre end eller lig med 2016, som opfylder at  $i + j \mid ia_i + ja_j$  for alle  $i, j \in \{1, 2, \dots, 2016\}$ .

## Problem 2

Lad  $ABCD$  være en indskrivelig firkant, hvor  $|AB| = |AD|$  og  $|AB| + |BC| = |CD|$ .  
Bestem  $\angle CDA$ .

## Problem 3

Bestem alle  $a \in \mathbb{R}$  for hvilke der findes en funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , så

- (i)  $f(f(x)) = f(x) + x$ , for alle  $x \in \mathbb{R}$ ,
- (ii)  $f(f(x) - x) = f(x) + ax$ , for alle  $x \in \mathbb{R}$ .

## Problem 4

Kong Georg har besluttet at forbinde de 1680 øer i sit kongerige med broer. Uheldigvis vil en oprørsgruppe destruere to af broerne efter at alle broerne er bygget, men ikke to broer fra samme ø.

Hvad er det minimale antal broer kongen skal bygge for at være sikker på at det stadig er muligt at rejse via broer mellem vilkårlige to af de 1680 øer efter at oprørsgruppen har destrueret to broer?