

GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2025

Første runde

Tirsdag den 26. november 2024

Varighed: 90 minutter

Tilladte hjælpemidler: ingen

Svarene angives på det medfølgende svarark

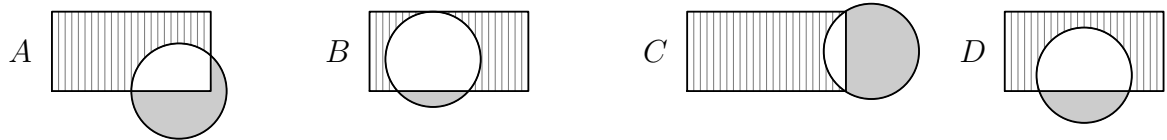
HUSK at der er 20 opgaver i alt på 90 minutter, så hvis du går i stå i en opgave, er det en god idé hurtigt at gå videre til næste opgave.

MULTIPLE CHOICE-OPGAVER

Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E.

En af disse muligheder er korrekt.

1. De fire figurer viser det samme rektangel og den samme cirkel, men placeret forskelligt i forhold til hinanden.



På hvilken figur er arealet af det skraverede område minus arealet af det grå område størst?

- A) A B) B C) C D) D E) det er lige stort på alle figurerne

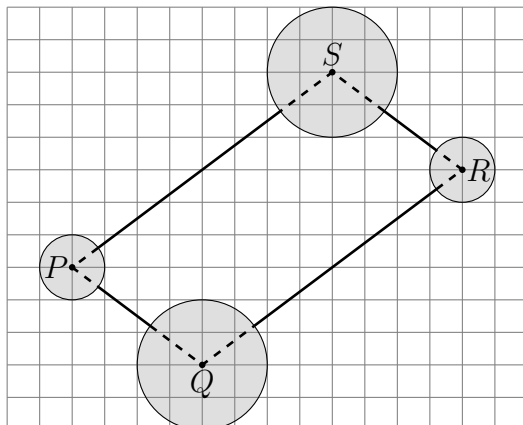
2. Gerth vil bygge en togbane. Han har masser af togsinker med længde 7 cm og 11 cm til rådighed. Hvad er det mindste antal sinker han skal bruge for at bygge en togbane der er præcis 200 cm lang?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

3. På en tavle står tallene 1, 2, ..., 9. Nikolaj ændrer et af tallene ved at sætte 0 bagefter og to andre af tallene ved at sætte 1 foran. Summen af tallene er nu 119. Hvilket af de oprindelige tal fik tilføjet 0?

- A) 3 B) 6 C) 7 D) 8 E) det kan ikke afgøres

4. Figuren viser et kort over en legeplads hvor der er opsat smalle bomme så man kan øve sig i at holde balancen ved at gå turen $PQRSP$. Kvadraterne på kortet har sidelængde 1 meter. Cirklerne er platforme, to med radius 1 meter og to med radius 2 meter. Hvad er den samlede længde af den del af ruten der forløber uden for platformene?



- A) 16 m B) 18 m C) 20 m D) 24 m E) 26 m

5. Alma slår med en 8-sidet terning med tallene $1, 2, \dots, 8$ på siderne, og Bertha slår med en 20-sidet terning med tallene $1, 2, \dots, 20$ på siderne. Hvad er sandsynligheden for at de slår det samme tal?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{8}{20}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{20}$ E) $\frac{1}{28}$

6. Et 2×2025 bræt skal dækkes med brikker af formen:



På hvor mange måder kan dette gøres uden at brikkerne overlapper?

- A) 1 B) 2025 C) $2 \cdot 3 \cdot 2025$ D) 2025^2 E) $2^{2025/3}$

7. Om fire tal a, b, c og d ved man at $a < b < c < d$ og $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d}$. Hvor mange af de fire tal er negative?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) det kan ikke afgøres

8. På en uendelig lang vej står der huse på den ene side af vejen nummereret

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

Alle husene er enten røde eller blå. Et hus er blåt hvis dets to nabohuse har forskellige farver, ellers er det rødt. Hus nr. 492 er blåt. Hvad kan siges med sikkerhed?

- A) hus nr. 2024 er rødt B) hus nr. 2024 er blåt
 C) hus nr. 2025 er rødt D) hus nr. 2025 er blåt
 E) ingen af de ovenstående kan man være sikker på

9. Tallene 1, 2, ..., 9 skal anbringes i de ni felter i kvadratet. Tallene i øverste række har summen 19, og tallene i nederste række har summen 15. Tallene i venstre søjle har summen 7, og tallene i højre søjle har summen 14. Hvilket tal skal der stå i feltet markeret med spørgsmålstegn?

	7	14	
19			
15		?	

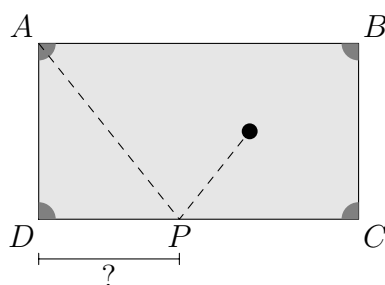
- A) et ulige tal B) 4 C) 6 D) 8 E) det kan ikke afgøres
10. I en krukke er der to sorte bolsjer og et hvidt bolsje. Nu lægger Georg bolsjer i krukken efter følgende princip: Han tager et tilfældigt bolsje fra krukken, hvorefter han lægger dette og et mere af samme farve retur. Det gør han tre gange så der ender med at være seks bolsjer i krukken. Hvad er sandsynligheden for at der til slut er tre bolsjer af hver farve?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

FACITOPGAVER

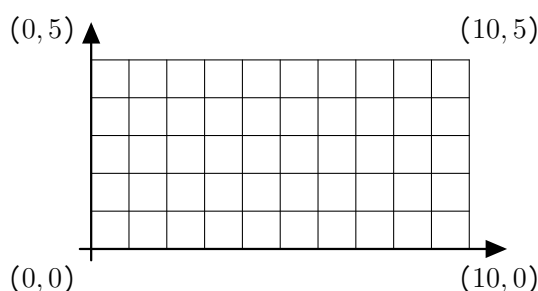
Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal

11. På en liste over de 100 hyppigst benyttede ord på et bestemt sprog er der 70 ord der indeholder bogstavet A, og 60 ord der indeholder bogstavet U, mens 20 af ordene hverken indeholder A eller U. Hvor mange af ordene indeholder både A og U?
12. Georg vælger et tocifret positivt helt tal n . Når han dividerer 1010 med n , får han resten 2. Hvilken rest får han når han dividerer 2025 med n ?
13. Paula har en pose med tre E'er, tre G'er, tre H'er, tre M'er, tre O'er og tre R'er. Hun trækker bogstaver op af posen et ad gangen uden at kigge. Hvor mange bogstaver skal hun mindst trække for at være sikker på at kunne skrive GEORG MOHR med de udtrukne bogstaver?
14. Aisha spiller pool på et poolbord der er 282 cm langt og 155 cm bredt. Kuglen ligger lige langt fra de to lange sider og 96 cm fra siden BC . Hun ønsker at skyde kuglen i hullet ved A ved at skyde den ind i langsiden CD i punktet P som vist.



Hvor mange cm skal der være mellem D og P hvis Aisha skal ramme hullet ved A ?

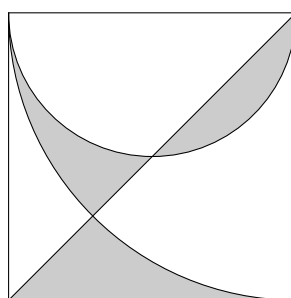
15. I et koordinatsystem inddeles et rektangel med hjørnerne $(0, 0)$, $(10, 0)$, $(10, 5)$ og $(0, 5)$ i 50 små enhedskvadrater. For hvert af de små kvadrater defineres *værdien* som summen af de fire hjørners første- og andenkoordinater. Således har f.eks. enhedskvadratet med hjørnerne $(3, 2)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$ og $(3, 3)$ værdien $3 + 2 + 4 + 2 + 4 + 3 + 3 + 3 = 24$. Hvor mange forskellige værdier forekommer der i alt?



16. Bestem værdien af

$$\frac{20202^2 \cdot 80808^2}{40404^4}.$$

17. Tallene fra 1 til 2025 står på en række i en tilfældig rækkefølge. Randi tilføjer 1000 tal, et ad gangen, til enden af rækken på følgende måde: Hun ser på de 2025 sidste tal i rækken og tilføjer så medianen af de 2025 tal. Det gør hun 1000 gange. Hvor mange forskellige tal kan der maksimalt være blandt de 1000 hun tilføjer? (Medianen af 2025 tal er det midterste af tallene hvis de ordnes efter størrelse).
18. De tre svaneunger Zip, Zap og Zup har hver deres yndlingstal, som er hele tal større end 1. De tre yndlingstal er forskellige. Svaneungerne skiftes nu til at sige et eller andet tal, og hvis deres yndlingstal går op i det nævnte tal, skal de løfte en vinge. Zip siger 20, og to vinger løftes. Zap siger 21, og én vinge løftes. Zup siger 70, og alle tre løfter en vinge. Hvad er den størst mulige sum af de tre yndlingstal?
19. I et kvadrat med sidelængde 10 er indtegnet en halvcirkel, en kvartcirkel og en diagonal.



Hvad er arealet af det grå område?

20. Om de positive hele tal A og B ved man at summen af cifrene i A er 2025, og summen af cifrene i B er 60. Hvad er den mindst mulige sum af cifrene i $A + B$?

Sponsorer: Undervisningsministeriet, Novo Nordisk Fonden, LEO Fondet, Jobindex, Institut for Matematiske Fag KU, Institut for Matematik og Datalogi SDU, Institut for Matematik AU, Institut for Matematiske Fag AAU, Georg Mohr Fonden.