

GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2020

Første runde

Tirsdag den 19. november 2019

Varighed: 90 minutter

Tilladte hjælpemidler: ingen

Svarene angives på det medfølgende svarark

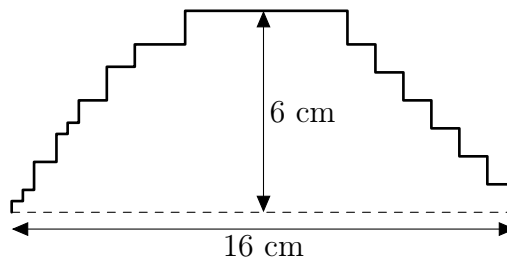
HUSK at der er 20 opgaver i alt på 90 minutter, så hvis du går i stå i en opgave, er det en god idé hurtigt at gå videre til næste opgave.

MULTIPLE CHOICE-OPGAVER

Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E.

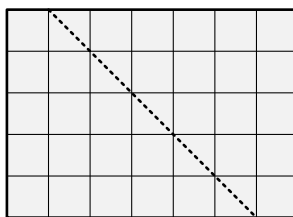
En af disse muligheder er korrekt.

1. Et stykke jern foldes i rette vinkler så det danner en trappebro henover sporet i en modeljernbane som vist på figuren. Hvor langt er jernstykket?



- A) 20 cm B) 22 cm C) 26 cm D) 28 cm E) det kan ikke afgøres
2. Når spillepladen til *Høspring* foldes langs den stiplede linje, kan den være i den flade æske. Hvor meget plads er der tilovers i æsken når spillepladen er lagt derned?

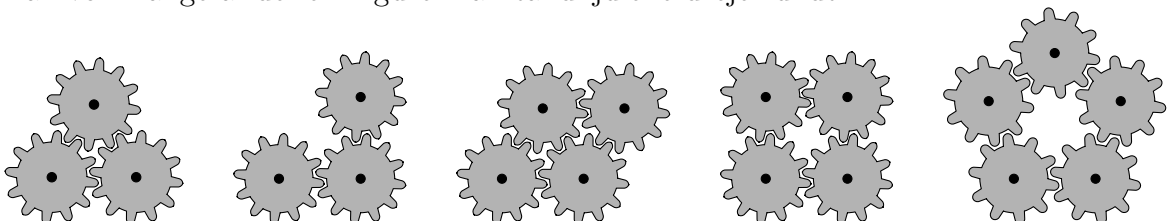
Spilleplade
Hvert felt er 10 cm × 10 cm



Æske
60 cm × 60 cm



- A) 180 cm² B) 1800 cm² C) 1750 cm² D) 1400 cm² E) 1350 cm²
3. På hvor mange af de fem figurer kan tandhjulene dreje rundt?

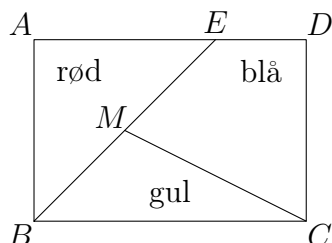


- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

4. Alma og Bertha har hver en 2-krone og en 5-krone. Først tager Alma en tilfældig af Berthas to mønter. Derefter tager Bertha en tilfældig af Almas tre mønter så de hver igen har to mønter. Hvad er sandsynligheden for at Alma nu har to ens mønter?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

5. Puslespillet på figuren består af en rød, en blå og en gul brik, der tilsammen danner rektanglet $ABCD$. Arealet af rektanglet er 24, og arealet af den røde brik ABE er 8. Punktet M er midtpunktet af BE .



Hvad er arealet af den blå brik $CDEM$?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

6. Blandt fem personer A , B , C , D og E er der en der altid lyver, mens de fire andre altid taler sandt. De fem personer kommer med følgende udsagn:

A : »Alle der har en papegøje, lyver.«

B : »Jeg hader blomkål.«

C : »Jeg har en papegøje.«

D : »Den der lyver, hader blomkål.«

E : »Alle der hader blomkål, har en papegøje.«

Hvem af de fem personer lyver?

A) A B) B C) C D) D E) E

7. Hvor mange af de hele tal $1, 2, 3, \dots, 100$ er løsninger til ligningen

$$(x - 1)(x - 2)^2 + (x - 1)^3(x - 2)^4 + (x - 1)^5(x - 2)^6 = 0 ?$$

A) ingen B) 1 C) 2 D) 6 E) 11

8. Hvor mange af de hele tal $1, 2, 3, \dots, 5^{103}$ går 5^{100} op i?

A) 3 B) 4 C) 25 D) 103 E) 125

9. Hvilket helt tal n opfylder at

$$n < \sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42}}} < n + 1 ?$$

A) 5 B) 6 C) 14 D) 41 E) 42

10. I regneudtrykket $1 + 2 + 3 + \dots + n$, hvor n er et positivt helt tal større end 1, sættes et antal parenteser, f.eks.

$$1 + (2 + (3 + ((4 + 5)))) + ((6 + 7) + (8 + 9) + 10).$$

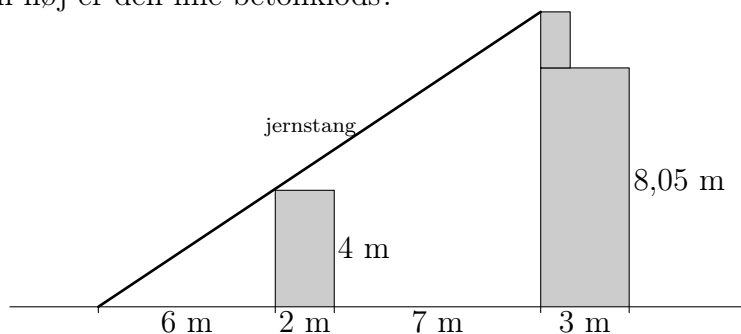
For overskuelighedens skyld ønsker man at farve parenteserne, sådan at enhver venstreparentes har samme farve som sin tilhørende højreparentes, og sådan at to parenteser der står umiddelbart ved siden af hinanden eller kun er adskilt af et plus, har forskellig farve. F.eks. kan parenteserne i ovenstående eksempel farves med to farver. Hvor mange farver er det i værste fald nødvendigt at bruge?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) mere end 4 E) svaret afhænger af n

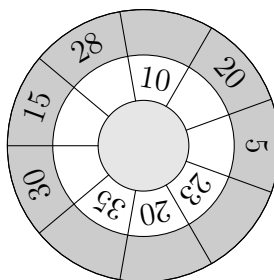
FACITOPGAVER

Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal

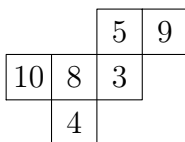
11. Amalie er dobbelt så gammel som Benjamin. Benjamin er fem år ældre end Clara. Clara er 12 år yngre end Amalie. Hvor mange år er de tre børn tilsammen?
12. På en byggeplads er der tre betonklodser. En jernstang hviler på den mellemstore betonklods og rammer akkurat hjørnet af den lille betonklods som vist på figuren. Hvor mange cm høj er den lille betonklods?



13. Hvert af de 19 felter på figuren indeholder et tal. Kun nogle af tallene er vist. Den yderste ring kan drejes til en position hvor summen af et tal i den yderste ring og tallet i nabofeltet i den inderste ring altid er tallet i midterfeltet. I den viste position er dette ikke tilfældet. Hvilket tal står i midterfeltet?



14. Papstykket på figuren foldes til en terning. For hvert af terningens otte hjørner ganges de tre tal på de tre tilstødende sider, og svaret skrives på et stykke papir. Hvad er det største af de otte tal på papiret?

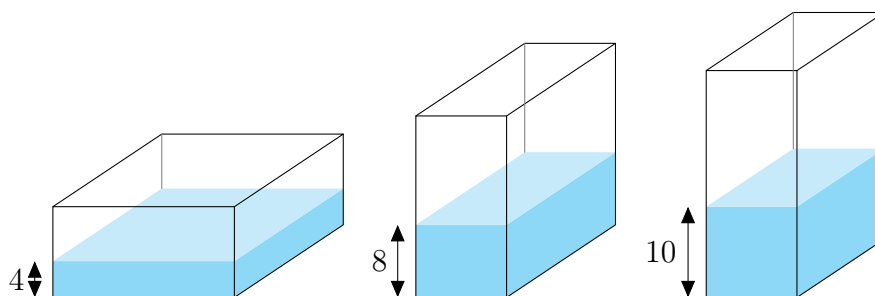


15. Omar skriver alle femcifrede tal der består af præcis et af hvert af de fem cifre 1, 2, 3, 4 og 5, på en liste i rækkefølge efter størrelse med det mindste først:

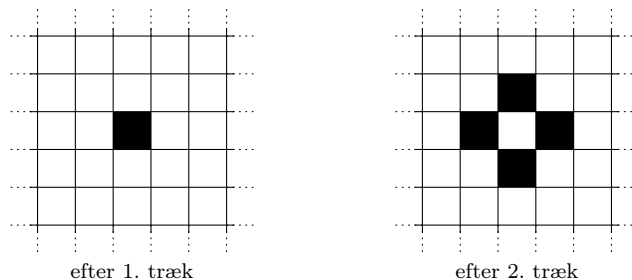
12345, 12354, ..., 54321.

Derefter deler han listen på midten. Hvilket tal er det første på den del af listen der indeholder de største tal?

16. En glasboks indeholder 2000 cm^3 vand. Vandhøjden er enten 4 cm, 8 cm eller 10 cm afhængigt af hvilken side af boksen der vender nedad. Hvor stort et rumfang (angivet i cm^3) har glasboksen?



17. For hvert tocifret tal $10, 11, 12, \dots, 99$ udregner Georg første ciffer minus sidste ciffer og skriver resultatet på et stykke papir. Hvad er summen af alle resultaterne?
18. I et computerspil er der en uendelig spilleplade med kvadratiske felter der alle er hvide til at starte med. I første træk farver computeren et felt sort. I hvert af de følgende træk ændrer den på én gang farve på alle felter der har et nabofelt af modsat farve, dvs. alle hvide felter med et sort nabofelt bliver sorte, og alle sorte felter med et hvidt nabofelt bliver hvide. To felter er nabofelter hvis de har en fælles side. Hvor mange sorte felter er der efter 1000 træk?



19. Nogle regulære femkanter og kvadrater med samme sidelængde sættes sammen skiftevis som vist på figuren. Hvor mange femkanter skal der bruges i alt for at der opstår en lukket kæde?



20. Agnes får besked på at skrive nogle positive hele tal på en tavle. Alle tallene skal være forskellige, og hun skal sørge for at 3 går op i præcis tre af dem, 5 går op i præcis fem af dem, 7 går op i præcis syv af dem, og 19 går op i præcis 19 af dem. Det største af de tal hun skriver, kalder hun M . Hvad er den mindst mulige værdi af M ?