GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2018

Første runde

Tirsdag den 14. november 2017

Varighed: 90 minutter
Tilladte hjælpemidler: ingen
Svarene angives på det medfølgende svarark

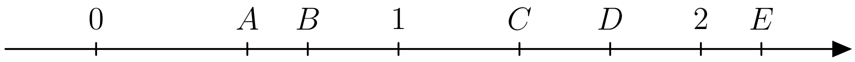
HUSK at der er 20 opgaver i alt på 90 minutter, så hvis du går i stå i en opgave, er det en god idé hurtigt at gå videre til næste opgave.

MULTIPLE CHOICE-OPGAVER

Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E. En af disse muligheder er korrekt.

---

1. Tallene A, B, C, D og E er markeret på tallinjen.



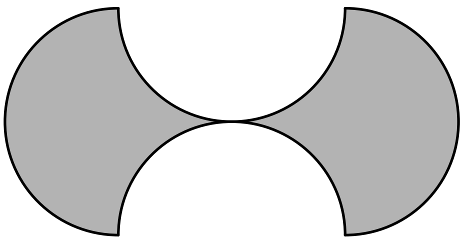
Hvad er $A \cdot C$?

A) A B) B C) C D) D E) E

2. Tallene x og y er positive hele tal, og det oplyses at $3 \cdot x \cdot 4 \cdot y \cdot 20 = 4800$. Hvad kan man med sikkerhed sige ud fra dette?

A) $x = 2$ og $y = 10$ B) $x + y = 12$ C) enten x eller y er lig med 2 D) $x \cdot y = 20$ E) hverken x eller y er lig med 4

3. Figuren er dannet af fire halvcirkler med radius 5. Hvad er arealet af figuren?

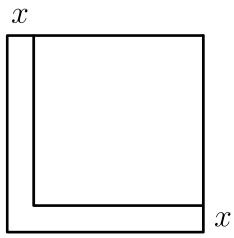


A) $25 \cdot \pi$ B) $25 \cdot \pi + \sqrt{5}$ C) 100 D) $25 + 25 \cdot \pi$ E) $50 \cdot \pi$

4. De tre søstre Ida, Jane og Katrin vandrer på forskellige dage fra en hytte til en bakketop og tilbage igen. Ida går med konstant fart på hele turen. Jane går dobbelt så hurtigt som Ida på udturen og halvt så hurtigt som Ida på hjemturen. Katrin går dobbelt så hurtigt som Jane på udturen og halvt så hurtigt som Jane på hjemturen. Hvem klarer turen hurtigst?

A) Ida B) Jane C) Katrin D) Jane og Katrin E) de er alle tre lige hurtige

5. Et kvadrat har areal 4. Kvadratet inddeles i to dele: et mindre kvadrat med areal 3 og en L-formet figur med areal 1 og bredde x som vist. Hvor stor er bredden x?

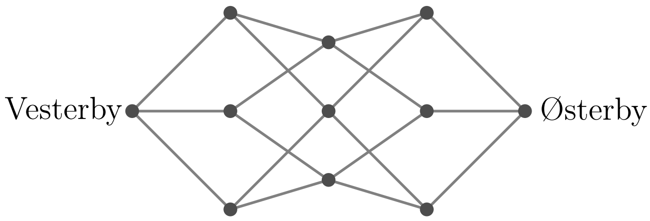


A) $\sqrt{3}-1$ B) $\sqrt{2}-1$ C) $\frac{1}{2}$ D) $2-\sqrt{2}$ E) $2-\sqrt{3}$

6. Til et selskab på p personer beregnes s liter saft pr. person. Saften hældes på kander der hver rummer m liter, og kanderne fordeles på n borde. Hvor mange kander står der i gennemsnit på hvert bord?

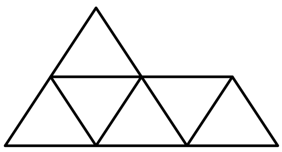
A) $\dfrac{s \cdot p}{m \cdot n}$ B) $\dfrac{p \cdot m}{n \cdot s}$ C) $\dfrac{m \cdot s}{p \cdot n}$ D) $\dfrac{p \cdot n}{s \cdot m}$ E) $\dfrac{n \cdot m}{p \cdot s}$

7. En bil kører fra Vesterby til Østerby ad det viste vejnet. Turen består af fire strækninger der hver tager en time. En anden bil kører fra Østerby til Vesterby, ligeledes ad fire strækninger der hver tager en time. De to biler starter samtidig. Hvad er sandsynligheden for at de mødes?



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $(\frac{1}{3})^3$ D) $\frac{1}{9}$ E) $(\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{2})^2$

8. I Klaras matematikbog er der en figur som består af seks trekanter. Hun skal male to af dem blå, to af dem røde og de sidste to gule. På hvor mange måder kan hun gøre det?



A) 36 B) 3^6 C) 90 D) 120 E) 720

9. På et bord står der 12 gaver nummereret fra 1 til 12. Arnes yndlingstal er 2, Bents yndlingstal er 3, Carls yndlingstal er 4, Doras yndlingstal er 5, og Ellas yndlingstal er 6. Arne, Bent, Carl, Dora og Ella går op til bordet i en eller anden rækkefølge og får udleveret de gaver (blandt dem der er tilbage) hvis nummer deres yndlingstal går op i. Det viser sig at den sidste får to gaver. Hvem er den sidste?

A) Arne B) Bent C) Carl D) Dora E) Ella

10. For hvor mange forskellige positive hele tal n er brøken

$$\frac{16n+13}{3n+2}$$

et helt tal?

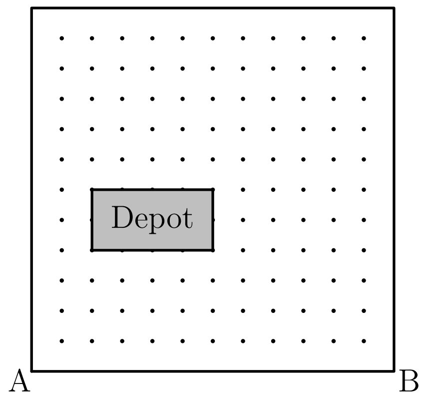
A) 0 B) 1 C) 6 D) 29 E) uendelig mange

FACITOPGAVER

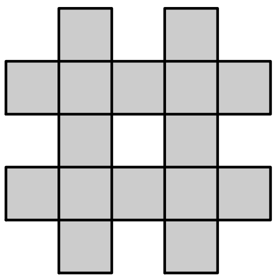
Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal

---

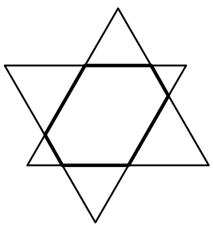
11. Figuren viser et udstillingslokale på 12 m $\times$ 12 m set fra oven. I hjørnerne A og B er der opsat overvågningskameraer. På grund af det viste depotrum, hvis vægge går helt op til loftet, kan ingen af kameraerne dog overvåge hele udstillingslokalet. Hvor mange kvadratmeter af lokalet kan ikke ses fra nogen af kameraerne?



12. Tallene fra 1 til 16 skal anbringes i de grå felter i figuren. Herefter udregnes summen S_1 af alle tallene i de to lodrette bjælker og summen S_2 af alle tallene i de to vandrette bjælker. Hvad er den størst mulige forskel mellem tallene S_1 og S_2?

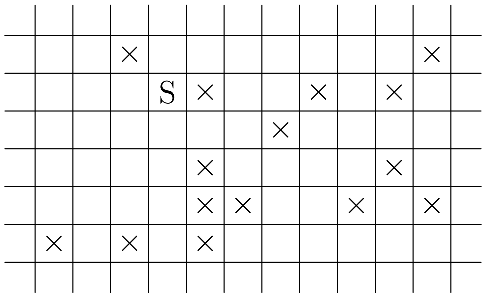


13. To ligesidede trekanter med omkreds 27 er placeret så deres sider er parallelle som vist på figuren. Hvad er omkredsen af den fremkomne sekskant?



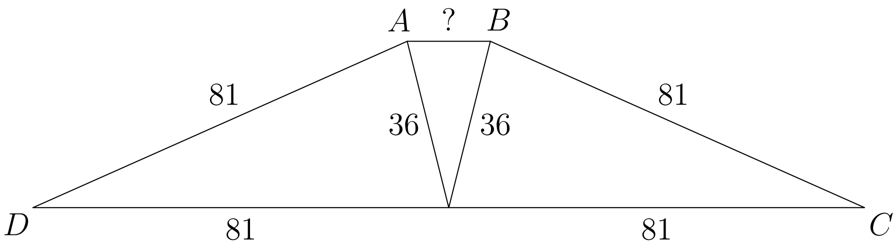
14. Syv piger og syv drenge stiller sig tilfældigt i en række. I hver runde peger læreren på to børn ved siden af hinanden, som så bytter plads. Hvor mange runder skal der maksimalt til for at få de syv piger til at stå på de syv første pladser?

15. En spillebrik anbringes på en uendelig stor ternet spilleplade. I hvert træk må man gøre en af følgende fire ting: rykke brikken 10 felter vandret, 14 felter vandret, 5 felter lodret eller 7 felter lodret. Hvor mange af felterne markeret med $\times$ vil det være muligt at nå hvis brikken starter på feltet S? Man må bruge så mange træk det skal være.



16. På 19 bolde står tallene $2, 3, 4, \ldots, 20$. Boldene skal males så to bolde har samme farve hvis tallet på den ene bold går op i tallet på den anden bold. Hvis dette ikke er tilfældet, kan boldene både have samme og forskellig farve. Hvor mange forskellige farver kan man maksimalt benytte til at male de 19 bolde?

17. På figuren ses firkant $ABCD$ hvor flere mål er angivet. Hvad er længden af linjestykket AB?



18. På gulvet har Georg stillet 1001 spande op i en lang række efter hinanden. I første runde lægger Georg en glaskugle i hver af de 1001 spande. I anden runde lægger han en glaskugle i hver anden spand, og han starter med at lægge en glaskugle i den forreste spand. Sådan fortsætter han i 1000 runder hvor han i runde nummer n lægger en glaskugle i hver n'te spand, og han starter altid med at lægge en glaskugle i den forreste spand. Hvor mange glaskugler er der til slut i den sidste spand?

19. Bestem tallet

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\left(1+\frac{1}{3}\right)^2\left(1+\frac{1}{4}\right)^2\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\cdots\left(1+\frac{1}{999}\right)^2.$$

20. For ethvert højst trecifret tal $n = abc$ dannes tallet $T(n) = a \cdot 9 + b \cdot 3 + c$. Således er f.eks. $T(425) = 4 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 5 = 47$ og $T(T(425)) = T(47) = 0 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 7 = 19$. Hvad er den størst mulige værdi af $T(T(n))$?