

# GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2016

## Første runde

Tirsdag den 10. november 2015

Varighed: 90 minutter

Tilladte hjælpemidler: ingen

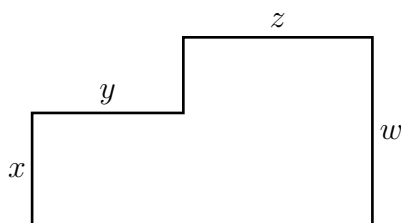
Svarene angives på det medfølgende svarark

HUSK at der er 20 opgaver i alt på 90 minutter, så hvis du går i stå i en opgave, er det en god idé hurtigt at gå videre til næste opgave.

### MULTIPLE CHOICE-OPGAVER

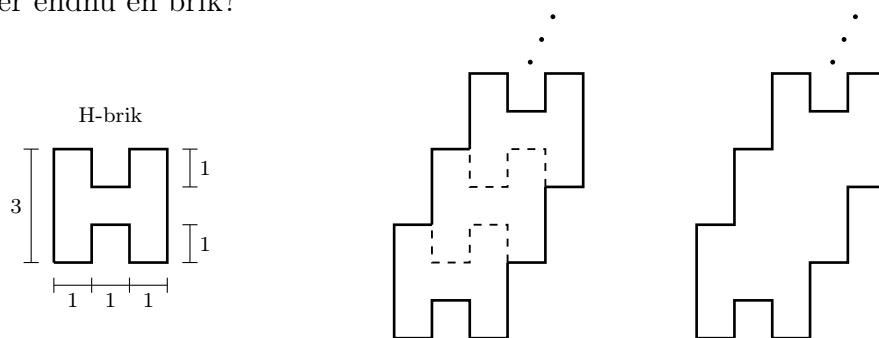
Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E.  
En af disse muligheder er korrekt.

1. Figuren viser en byggegrund, hvor nogle af sidelængderne er angivet. Alle figurens vinkler er rette. Hvad er omkredsen af den viste byggegrund?



- A)  $x + y + z + w$     B)  $2y + 2w + 2z$     C)  $2x + y + z + w$   
D)  $x + y + z + w + y + z$     E)  $xy + zw$
2. Georg tænker på et helt tal. Først ganger han tallet med 5, og derefter trækker han 7 fra resultatet. Så ganger han det nye resultat med 9 og får tallet  $x$ . Hvad kan man med sikkerhed slutte om  $x$ ?
- A)  $x$  er ulige    B)  $x$  er lige    C) 3 går op i  $x$     D) 5 går op i  $x$     E) 7 går op i  $x$
3. En spillemaskine vælger hvert sekund et tilfældigt af symbolerne ♡, ♠, ♦ og ♣. Hvad er sandsynligheden for at de fire første symboler den vælger, er ens?
- A)  $4 \cdot \frac{1}{4}$     B)  $\frac{1}{4 \cdot 4}$     C)  $\frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$     D)  $\frac{1}{4^4}$     E)  $(\frac{1}{4})^3$
4. Det oplyses at tallet  $x = 4$  er en løsning til følgende ligning:  $a + b \cdot \sqrt{x^3 + 36} = c \cdot x$ .  
Hvad kan på denne baggrund sluttes om ligningen  $a + b \cdot \sqrt{x^6 + 36} = c \cdot x^2$  ?
- A)  $x = 2$  er løsning    B)  $x = 4$  er løsning    C)  $x = 8$  er løsning  
D)  $x = 16$  er løsning    E) ingen af delene

5. Ved sammensætning af H-formede brikker på den viste måde kan man bygge figurer. Efterhånden som man tilføjer flere H-brikker, forøges figurens ydre omkreds. En figur består af  $n$  brikker, hvor  $n$  er mindst 1. Hvor meget vokser den ydre omkreds med når man tilføjer endnu en brik?



- A) 5    B) 6    C) 11    D) 16    E) det afhænger af  $n$

6. Hvad er sidste ciffer i tallet  $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$ ?

- A) 0    B) 2    C) 4    D) 6    E) 8

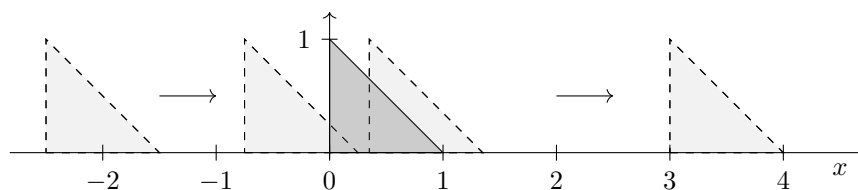
7. Om de hele tal  $a$ ,  $b$  og  $c$  vides at  $a^2b^3c^4 = -27$ . Hvor mange muligheder er der for værdien af  $c$ ?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

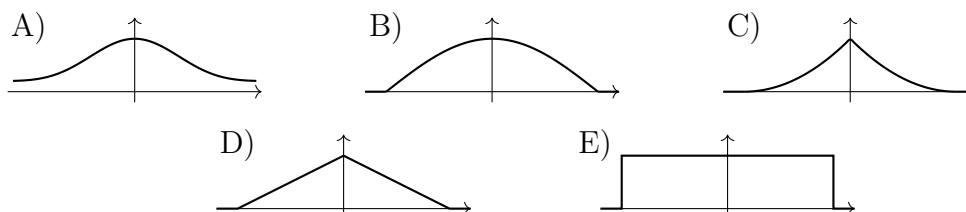
8. Hvilket af følgende udtryk er  $\frac{x+1}{1-x^2} - 1$  lig med?

- A)  $\frac{x}{1-x}$     B)  $-x - 1$     C)  $\frac{x}{1-x^2}$     D)  $-\frac{1}{x}$     E)  $\frac{x-x^2}{1-x^2}$

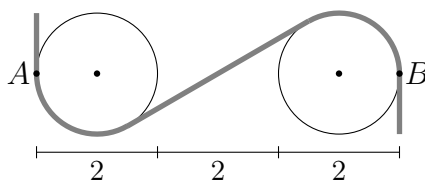
9. En trekant ligger i et koordinatsystem som vist. En anden trekant med samme form glider langs  $x$ -aksen med konstant fart og passerer hen over den.



I et koordinatsystem med tiden på  $x$ -aksen registreres arealet af de to trekanters overlap. Det starter med at være 0 og er maksimalt når de to trekanter helt dækker hinanden. Hvilken af graferne nedenfor er den rigtige?



10. Et reb lægges stramt rundt om to trisser som vist på figuren. Rebet møder den første trisse i punktet  $A$  og forlader den anden trisse i punktet  $B$ . Trisserne har radius 1 og indbyrdes afstand 2. Punkterne  $A$ ,  $B$  og trissernes centre ligger på linje.



Hvor langt er rebstykket fra  $A$  til  $B$ ?

- A)  $2\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi$     B)  $2\sqrt{5} + \pi$     C)  $\frac{3}{2}\pi + 3$     D)  $3 + \sqrt{20}$     E) 8

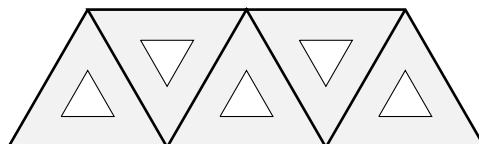
### FACITOPGAVER

Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal

11. Hver gang man har et tal, kan man udføre en af operationerne nedenfor og derved få et nyt tal. Start med tallet 15. Udfør herefter hver af de fire operationer én gang i en selvvalgt rækkefølge. Hvad er det størst mulige slutresultat?

- opløft tallet i anden potens
- træk 3 fra tallet
- tilføj cifferet 0 sidst i tallet
- læg 5 til tallet

12. Figuren viser en væg der er opbygget af fem ens gipsplader, hver af form som en ligesidet trekant. I hver af pladerne er der i midten udsavet et vindue af form som en ligesidet trekant. Vinduernes kantlængde er en tredjedel af pladernes kantlængde. Hvert af vinduerne har et areal på  $1 \text{ m}^2$ .

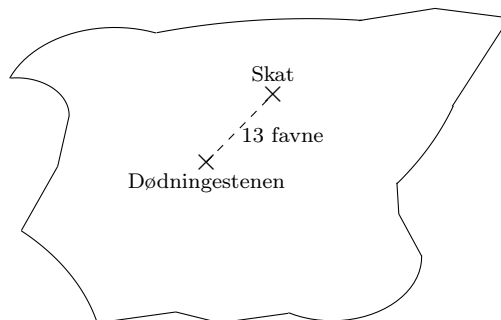


Hvad er det samlede areal (angivet i  $\text{m}^2$ ) af væggen når vinduerne fraregnes?

13. På et gammelt søkort uden angivelse af verdenshjørner står følgende tekst:

*Gå fra Dødningestenen 18 favne mod øst, 4 favne mod syd,  $X$  favne mod vest, 17 favne mod nord, 3 favne mod øst, 8 favne mod syd og til sidst 6 favne mod vest, så står du 13 favne i lige linje fra Dødningestenen, og her ligger skatten begravet. Gæt tallet  $X$ , som ikke er 3, og du kan finde skatten.*

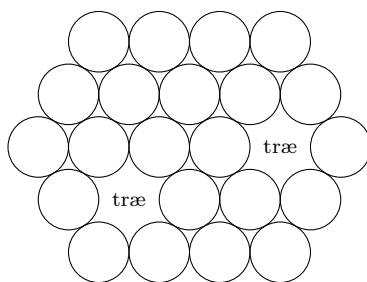
Hvad er tallet  $X$ ?



14. På en cirkel er der afsat 100 punkter. Hvor mange linjestykker kan man maksimalt lægge mellem to af punkterne uden at nogen af dem skærer hinanden? Det regnes ikke for skæring at to linjestykker har et fælles endepunkt.
15. Et positivt helt tal kaldes et *palindrom* hvis det skrives ens forfra og bagfra. For eksempel er 57475 et palindrom, men 1227 er det ikke. Det oplyses at  $x$  er et 4-cifret palindrom, og at  $x + 852$  er et 5-cifret palindrom. Hvad er  $x$ ?
16. Bertha spiller et enmandsspil. Til at starte med ligger der  $1, 2, 3, \dots, 999$  eller  $1000$  kugler i en skål. Bertha vinder hvis hun kan fjerne alle kuglerne i skålen ved at benytte følgende to træk så mange gange hun vil:
- fjerne fem kugler
  - fjerne halvdelen af kuglerne hvis der er et lige antal

For hvor mange af startværdierne  $1, 2, 3, \dots, 999, 1000$  kan Bertha vinde?

17. På en plads med to gamle træer skal der lægges 22 store runde fliser i farverne blå, grå og grøn. Fliserne skal placeres som vist på figuren. På hvor mange måder kan man vælge fliserne når to fliser der støder op til hinanden, ikke må have samme farve?



18. Om de to tal  $x$  og  $y$  oplyses at

$$4x \leq 3y + 2016 \leq 2x + 2016.$$

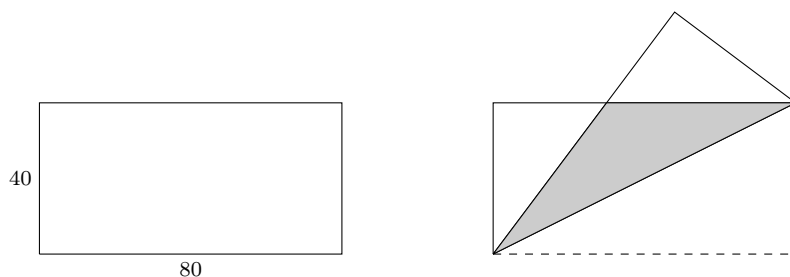
Hvad er den størst mulige værdi af  $y$ ?

19. Tallene  $a, b, c, d, e$  og  $f$  er hele positive tal under 1000, og de opfylder

$$4a = 5b = 6c = 7d = 8e = 9f.$$

Hvad er tallet  $a$ ?

20. Et stykke karton med målene  $40 \times 80$  foldes langs diagonalen som vist.



Hvad er arealet af overlappet?