GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2014

Første runde

Tirsdag den 12. november 2013

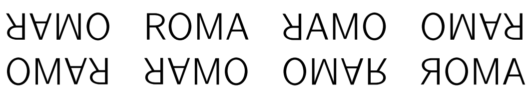
Varighed: 90 minutter
Tilladte hjælpemidler: ingen
Svarene angives på det medfølgende svarark

HUSK at der er 20 opgaver i alt på 90 minutter, så hvis du går i stå i en opgave, er det en god idé hurtigt at gå videre til næste opgave.

MULTIPLE CHOICE-OPGAVER
Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E. En af disse muligheder er korrekt.

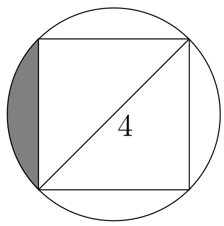
---

1. Omar har skrevet sit navn på en glasplade: OMAR. Hvis man drejer pladen og/eller kigger på den fra den anden side, ser indskriften anderledes ud. Hvor mange af følgende muligheder kan fremkomme?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Et kvadrat hvori diagonalen er 4, er indskrevet i en cirkel som vist. Hvad er arealet af det grå område?



A) $2\pi - 2$ B) $\pi - 2$ C) $\pi^2 - 8$ D) $\pi + 2$ E) $4\pi - 2$

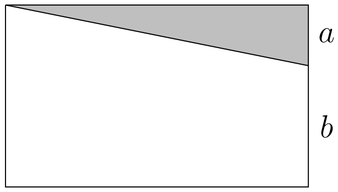
3. Tallene fra 1 til 9 skal fordeles i et 3×3 skema. De tre vandrette rækker skal hver have en ulige sum, og de tre lodrette søjler skal hver have en lige sum. Nogle af tallene er allerede skrevet ind:

		2
4		
		9

På hvor mange måder kan resten af skemaet udfyldes?

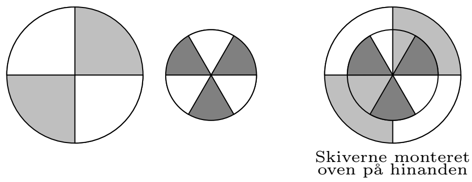
A) 1 B) 2 C) 48 D) 96 E) det kan ikke lade sig gøre

4. Et rektangel er inddelt i to dele som vist på figuren. Arealet af den hvide del er fem gange så stor som arealet af den grå del. Bestem brøken $\frac{a}{b}$, hvor a og b er længderne angivet på figuren.



A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

5. Figuren viser en stor og en lille glasskive der hver er delt op i lige store cirkeludsnit som er skiftevis gråmalede og gennemsigtige. Den lille glasskive monteres oven på den store. De to skiver kan drejes uafhængigt af hinanden, og når de drejes, ændrer det på hvilke dele af underlaget man kan se. Figuren viser de to glasskiver i deres udgangsposition. Hvor stor en vinkel skal den lille skive drejes mod uret for at man kan se mest muligt af underlaget?

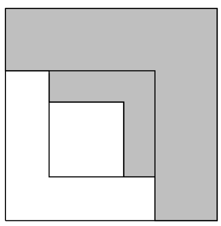


A) 0° B) 30° C) 45° D) 60° E) man kan se lige meget af underlaget uanset hvordan skiverne er drejet i forhold til hinanden

6. Hvilket af følgende tal er mindst?

A) $\frac{3}{103}$ B) $\frac{1}{33}$ C) $\frac{301}{1001}$ D) $\frac{3}{100}$ E) $\frac{30}{1003}$

7. Fire kvadrater er placeret inden i hinanden som vist. Hvert nyt kvadrat har et areal der er halvt så stort som det foregående kvadrat. I det første og det tredje kvadrat farves den del af kvadratet som ikke er dækket af det næste kvadrat i rækken. Hvor stor en brøkdel af det store kvadrats areal udgør det farvede område i alt?



A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{13}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{9}{16}$

8. Peter har skrevet to positive hele tal x og y på en seddel som han viser til sine venner A, B, C, D og E. De fem venner udtaler følgende:

A) $x + y$ er ulige B) 3 går op i y C) $y = 2x$
D) $x \cdot y$ er ulige E) $x < y$

Peter fortæller at netop én af de fem venner lyver. Hvem?

9. En mand har hele sin formue fordelt i solide skindposer der hver indeholder 49 guldmønter. En dag omfordeler han formuen så den i stedet ligger i 35 bokse med lige mange guldmønter i hver. Der går forskellige rygter om hvor mange guldmønter hans formue udgør i alt. Hvilket af de fem rygter A, B, C, D og E nedenfor er måske sandt?

A) 70705 B) 6335 C) 2450 D) 70707 E) 4931

10. Det oplyses at ét af tallene 14, 15, 16, 20, 25 er løsning til ligningen

$$5x^5 + 3x^3 + x = 3604065 + 4x^4 + 2x^2.$$

Hvilket af tallene er det?

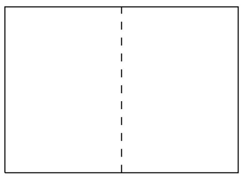
A) 14 B) 15 C) 16 D) 20 E) 25

FACITOPGAVER

Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal

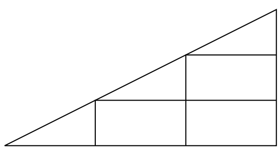
---

11. Georg har et rektangulært stykke papir der er 40 cm på den korte led og 56 cm på den lange led. Han folder det nu langs den linje der forbinder midtpunkterne af de to længste sider (se figur). Derefter danner papiret et nyt mindre rektangel som han folder på samme måde, osv. Hvor mange cm er omkredsen af det rektangel Georg får efter at have foldet papiret seks gange på denne måde?

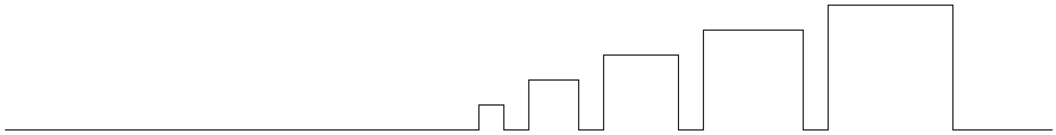


12. Elly er dobbelt så gammel som Anni. Dave er fire år ældre end Cille. Anni er tre gange så gammel som Beth. Elly er 72 år gammel. Dave og Cille er tilsammen halvt så gamle som Anni. Hvor mange år er Cille og Beth tilsammen?

13. I ingeniørfirmaet *Black & Red* har hver medarbejder sit eget individuelle logo bestående af en retvinklet trekant opdelt i seks felter som vist. Hvert felt er enten sort eller rødt, og det er tilladt at alle felter har samme farve. Hvor mange medarbejdere kan der højst være i firmaet?



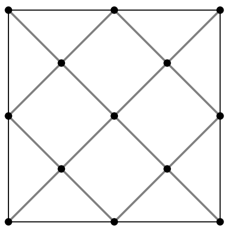
14. Figuren viser fem huse der står ved siden af hinanden med 10 meters mellemrum. Det første hus er 10 meter højt og 10 meter bredt. Det andet er 20 meter højt og 20 meter bredt, det tredje 30 meter højt og 30 meter bredt osv.



Hvor mange meter til venstre for det mindste hus skal en person befinde sig for lige akkurat at kunne se det øverste af det femte hus? (Vi ser bort fra personens højde).

15. Tallene fra 1 til n står på en lang liste. Fra listen fjernes nu alle tal som 3 går op i, og alle tal som 5 går op i. Herefter står der 240 tal tilbage på listen. Det oplyses at både 3 og 5 går op i tallet n. Hvad er n?

16. Forgyldningen på den viste gitterlåge trænger til genopfriskning. Desværre er der ikke guldmaling nok! Da hele yderrammen er blevet forgyldt, viser det sig nemlig at halvdelen af malingen er brugt. Hvor mange af de 16 skrå stykker er der højst maling til?



17. Når man melder sig ind i madklubben PITAKURS, får man tildelt et klubnavn. I klubnavnene indgår kun de tre vokaler I, A og U og de fem konsonanter P, T, K, R og S. Alle klubnavne er på fem bogstaver, og der er aldrig mere end to konsonanter ved siden af hinanden. Ordene STIKA og TTUKK er således tilladte navne, mens SPRAT ikke dur. Hvor mange klubnavne kan der laves med T som det andet bogstav og K som det fjerde?

18. Ole nævner tallene $0, 3, 6, 9, \ldots$ samtidig med at Hans tæller baglæns fra 200. Hans siger altså 200 i det øjeblik hvor Ole siger 0, han siger 199 når Ole siger 3 osv. Hver gang Ole og Hans har sagt et tal, ganger Peter deres to tal sammen og skriver resultatet på en tavle. Hvad er det største tal der kommer til at stå på tavlen?

19. Bestem det mindste hele tal n så

$$x^{10} - 1001x^7 + 1 > 0$$

for alle $x \geq n$.

20. Mette har glemt sin firecifrede pinkode! Men hun kan heldigvis huske at når man trækker det tocifrede tal der dannes af de to sidste cifre, fra det tocifrede tal der dannes af de to første, får man resultatet 9. Endvidere husker hun at summen af kvadraterne på første og sidste ciffer minus summen af kvadraterne på andet og tredje ciffer netop giver det tocifrede tal der dannes af de to sidste cifre. Hvad er Mettes firecifrede pinkode?

(Ved *kvadratet* på et tal forstås tallet i anden).