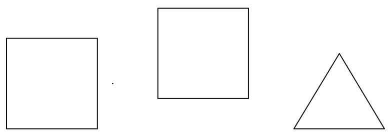
GEORG MOHR - KONKURRENCEN 2006

Første runde

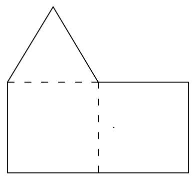
1. november 2005

Varighed: 45 minutter
Tilladte hjælpemidler: ingen
Svarene markeres ved afkrydsning på det medfølgende svarark

1. To kvadrater og en ligesidet trekant, alle med samme sidelængde, skal samles til en figur. Hvor mange forskellige figurer kan der laves? (Figurer regnes for ens hvis de kan dække hinanden eller er hinandens spejlbilleder.)

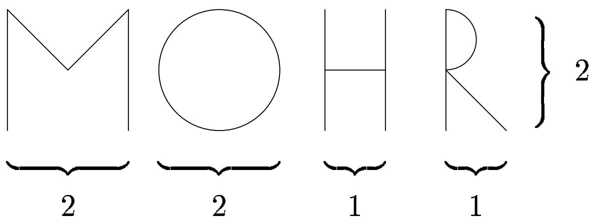


Eksempel:



A) 3 B) 6 C) 12 D) 24 E) 5

2. Ved *diameteren* af en figur forstås diameteren af den mindst mulige cirkelskive der kan dække figuren. Hvilken af følgende figurer har den største diameter?



A) M B) O C) H D) R
E) to af figurerne har den største diameter

3. Hvilket af følgende tal er ikke deleligt med 3?

A) 333+45519 B) 12445+54422 C) 2777+7772 D) 9416+7864
E) 212121+414141

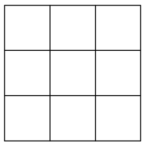
4. Hvor mange børn er der i søskendeflokken? Vi spørger Georg. "Jeg har tre brødre," fortæller Georg og tilføjer smilende: "Og hver af mine brødre har tre søstre. Så kan I vist godt regne svaret ud!"

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

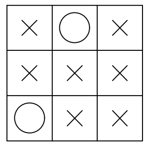
5. Hvilken brøk er størst?

A) $\frac{276-135}{423-314}$ B) $\frac{314-135}{423-276}$ C) $\frac{423-314}{276-135}$ D) $\frac{314-276}{423-135}$ E) $\frac{423-135}{314-276}$

6. På hvor mange måder kan skemaet fyldes ud med krydser og boller?



Eksempel:

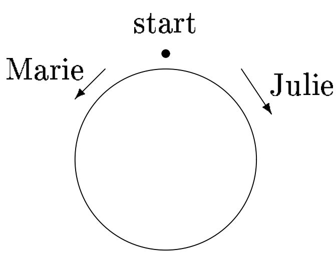


A) $9 \cdot 8 \cdot ... \cdot 2 \cdot 1$ B) $2 \cdot 9$ C) 2^9 D) 9^2 E) $3 \cdot 2 \cdot 2$

7. Hvis alle søde dyr har pels, alle grønne dyr er søde, alle små dyr er søde, og alle søde dyr med pels er grønne, hvilken af følgende påstande er så ikke nødvendigvis korrekt?

A) alle små dyr har pels B) alle søde dyr er grønne
C) alle dyr med pels er grønne D) alle små dyr er grønne
E) alle små grønne dyr har pels

8. Marie og Julie løber hver sin vej rundt om det store runde blomsterbed. Når Marie har løbet to gange rundt om bedet og Julie tre gange, er de igen for første gang samtidig ved startpunktet. Hvor mange gange har de passeret hinanden undervejs?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

9. Tallet

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{9}{10}$$

er lig med

A) $\frac{25}{30}$ B) $\frac{464}{121}$ C) $\frac{463}{120}$ D) $\frac{464}{123}$ E) $\frac{4819}{3840}$

10. Otte små almindelige terninger limes sammen til en større terning. Hvad er sandsynligheden for at ingen enere er synlige?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{256}$ D) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{6}$

11. Tallene a, b, c og d opfylder ligningerne

$$a+b-c=d \ \wedge \ a-b+c=d \ \wedge \ -a+b-c=d \ \wedge \ -a-b+c=d \ .$$

Hvad kan heraf sluttes? (Tegnet "$\wedge$" betyder "og".)

A) $a=b \ \wedge \ d=0$ B) $b=c \ \wedge \ a=0$ C) $a=c \ \wedge \ d=0$
D) $b=d \ \wedge \ a=0$ E) $a=d \ \wedge \ c=0$

12. Peter skal mødes med nogle af sine venner. Han ved ikke præcis hvor mange de bliver ialt; alt lige fra to til otte kan tænkes. På vejen passerer han en kæmpe skål bolsjer som man frit kan tage af. Hvad er det mindste antal bolsjer Peter skal tage, når han vil være sikker på at bolsjerne kan deles mellem ham og vennerne så alle får lige mange?

A) 960 B) 1680 C) 420 D) 840 E) 40320

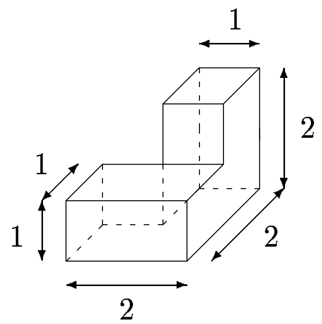
13. Tallet

$$\frac{5-2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

er lig med

A) $\frac{21}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}-2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

14. Hvor mange klodser af den viste type skal bruges til at bygge en terning med sidelængden 4?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 16 E) det kan ikke lade sig gøre

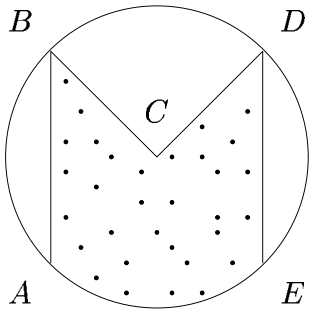
15. En cylinder med diameter $2r$ og højde $2r$ har samme samlede overfladeareal som en terning. Hvad er arealet af hver af terningens sideflader?

A) $4r^2$ B) πr^2 C) $r\pi^2$ D) $\frac{4}{3}\pi r$ E) $\frac{1}{3}\pi r^2$

16. På en tavle skrives først tallene $a_1 = 2$ og $a_2 = 8$. Herefter skrives der tal $a_3, a_4, ...$ efter følgende system: Hvert tal der skrives, er gennemsnittet af *alle* de tal der i forvejen står på tavlen. Hvad er tallet a_{10}?

A) 3 B) 4,666... C) 4 D) 4,5 E) 5

17. Bogstavet M indtegnes i en cirkel med centrum C og radius 1 som vist. Liniestykkerne AB og ED er parallelle, og vinklerne ved B og D er $45°$. Hvad er arealet af det prikkede område?



A) $1 + \frac{\pi}{4}$ B) $1 + \frac{\pi}{3}$ C) $\pi^2 - \frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2} + \frac{2\pi}{3}$ E) $1 + \frac{\pi^2}{6}$

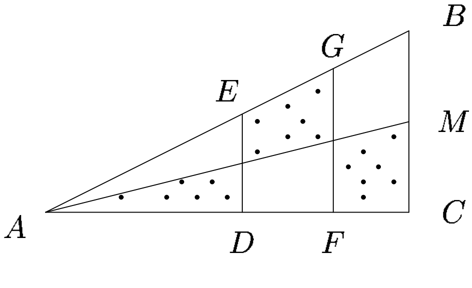
18. Tallene x, y og z er hele positive tal større end 1, som opfylder $xyz = 190$. Hvad kan heraf sluttes?

A) x er et lige tal B) $y < \sqrt{190}$ C) $x + y + z = 26$
D) $x + y + z = 28$ E) $x + y + z > 29$

19. Lad $n \geq 2$ være et naturligt tal. Hvad er betingelsen for at der findes en $2n$-kant hvori n af siderne er indbyrdes parallelle, og hvori de øvrige n sider ligeledes er indbyrdes parallelle?

A) at n er lige B) at n er ulige C) at $n = 2$
D) det kan ikke lade sig gøre for noget $n \geq 2$
E) det kan lade sig gøre for alle $n \geq 2$

20. Trekant ABC, hvor AC er vandret og BC lodret, deles med to lodrette liniestykker DE og FG. Det oplyses at de tre prikkede felter har samme areal, at $|BM| = |MC| = 1$, samt at $|AC| = 3\sqrt{3}$. Hvad er længden af DF?



A) $3\sqrt{2} - 3$ B) $3\sqrt{2} + 1$ C) $3 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3} - 2$