Lille Georgs julekalender 2009

1. december

Bogstaverne i det gamle nissesætteri skal ordnes efter type. Her ses typebetegnelsen på nogle af de første bogstaver:

A	B	C	D	E	F	G
3-0	1-2	0-1	1-1	4-0	3-0	1-1

Angiv typebetegnelsen på

H

?-?

Svar: 3-0

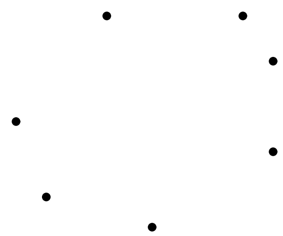
Kommentar: Ved at se på de opgivne typebetegnelser får man den idé at det første tal angiver antallet af liniestykker, det andet antallet af buer. Følger man dette princip, er svaret 3-0.

Men bemærk: Dette er jo ikke en matematikopgave! Ingen siger at typebetegnelserne ikke kunne stå for noget helt andet.

Lille Georgs julekalender 2009

2. december

Hvor mange forskellige femstjerner kan der tegnes med spidser i de afmærkede punkter?



Her ses to eksempler:

Svar: 21

Forklaring: En stjerne er fastlagt ved valg af de fem punkter hvori spidserne er. Spørgsmålet er altså på hvor mange måder man kan vælge fem punkter ud af syv - eller, hvilket giver samme antal, på hvor mange måder man kan (fra)vælge to punkter ud af syv.

Svaret på dette spørgsmål er velkendt hvis man lært lidt kombinatorik. Det er nemlig

$$K(7,2) = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 7 \cdot 3 = 21 \quad .$$

Dette er også klart nok uden at bruge denne formel. Vælg først ét punkt. Det kan gøres på syv måder. Vælg dernæst et andet punkt. Det kan så gøres på seks måder. Ialt har du $7 \cdot 6 = 42$ muligheder, men her er jo alle muligheder talt med to gange (det er jo ligegyldigt om et punkt bliver valgt som første eller andet punkt). Resultatet er derfor $\frac{1}{2} \cdot 42 = 21$.

Lille Georgs julekalender 2009

3. december

Tre terninger kastes uden at du ser det. A, B og C ser hvad terningerne viser og kommenterer resultatet på følgende måde:
A: Produktet af øjentallene er mindre end summen af øjentallene.
B: Produktet af øjentallene er ulige, og summen af øjentallene er lige.
C: Produktet af øjentallene er lig med summen af øjentallene.

Du indser straks at mindst to af personerne lyver! Hvordan kan du vide det?

Svar: B lyver med sikkerhed, og A og C kan jo ikke begge have ret.

Forklaring: Hvis produktet er ulige, må alle øjentallene være ulige tal, og så er summen også ulige (summen af et ulige antal ulige tal er ulige). Derfor kan B ikke tale sandt.

Lille Georgs julekalender 2009

4. december

Hvor mange forskellige "sætninger" på to eller tre "ord" kan der dannes af bogstaverne i ordet JULETRÆ ? Alle bogstaverne skal bruges, og hvert bogstav må kun bruges én gang.

Her er nogle eksempler på tilladte "sætninger" :

TLRU ÆJE

ÆT LER UJ

L ÆRTEJU

Svar: 105840

Forklaring: De syv bogstaver i ordet kan stilles i rækkefølge på

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

forskellige måder (først vælges det første bogstav, herefter er der seks muligheder for at vælge det næste, fem for det næste igen osv.)

Når først bogstaverne er anbragt i en eller anden rækkefølge, skal der placeres et eller to mellemrum for at skabe en sætning med to eller tre ord. Mellemrummene kan anbringes mellem det første og det andet bogstav, mellem det andet og det tredie, mellem det tredie og det fjerde osv. Der er således i alt seks steder at anbringe mellemrum.

Sætninger med to ord skabes ved at placere et mellemrum på et af de seks steder. Det kan gøres på 6 måder.

Sætninger med tre ord skabes ved at placere to mellemrum, altså vælge to af disse seks steder. Det kan gøres på

$$K(6,2) = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

måder.

I alt er der altså $6 + 15 = 21$ måder at placere mellemrum på.

Det samlede antal mulige tilladte sætninger er da

$$7! \cdot 21 = 5040 \cdot 21 = 105840 \quad .$$

Lille Georgs julekalender 2009

5. december

Hvilket instrument hører ikke til på listen?

stortromme, blokfløjte, violin, guitar, klarinet, kontrabas, horn, klokkespil, triangel, tværfløjte, tenorsaxofon, klaver

Svar: kontrabas

Forklaring: Hvis opgaven skal have lidt med matematik at gøre, er kontrabas det naturlige valg, fordi dette instrument som det eneste af de nævnte har et ulige antal bogstaver.

(Men man kan selvfølgelig vælge lige hvad man har lyst til, og det skulle nok være muligt at strikke en forklaring sammen på andre svar.)

Lille Georgs julekalender 2009

6. december

Lille Georgina er søndagsbarn. Hun blev født søndag den 11. januar 2009 - tre dage efter afholdelsen af Georg Mohr-Konkurrencens anden runde.

Hvor mange år fylder hun første gang hendes fødselsdag igen falder på en søndag?

Svar: 6 år

Forklaring: Fra en given dato et givet år til en given dato det følgende år går der normalt 365 dage. Da tallet 365 giver rest 1 ved division med 7 (idet $365 = 52 \cdot 7 + 1$), går der er helt antal uger + en enkelt dag. Ugedagen forskydes derfor med én dag.

Et skudår har 366 dage = et helt antal uger + to dage. Ved skudår forskydes ugedagen derfor med to dage.

Fødselsdagene falder derfor på følgende ugedage: 2009 søndag, 2010 mandag, 2011 tirsdag, 2012 onsdag, 2013 fredag, 2014 lørdag, 2015 søndag - og lille Georgina fylder da 6 år.

Lille Georgs julekalender 2009

7. december

Hvad står der egentlig her?
Det er skrevet i kode, og der er desværre et par fejl.

Mnkocvqroqfgp k Madgpjcyp ,
fgegodgt 4221

Svar: Klimatopmødet i København, december 2009

Forklaring: Koden består i at forskyde alle bogstaver i alfabetet cyklisk med to pladser. Således bliver a til c, b til d, c til e, ..., ø til a, å til b. På tilsvarende måde kodes cifre ved en cyklisk forkydning på to.

Ved afkodning forskydes bogstaverne/cifrene blot to pladser den anden vej.

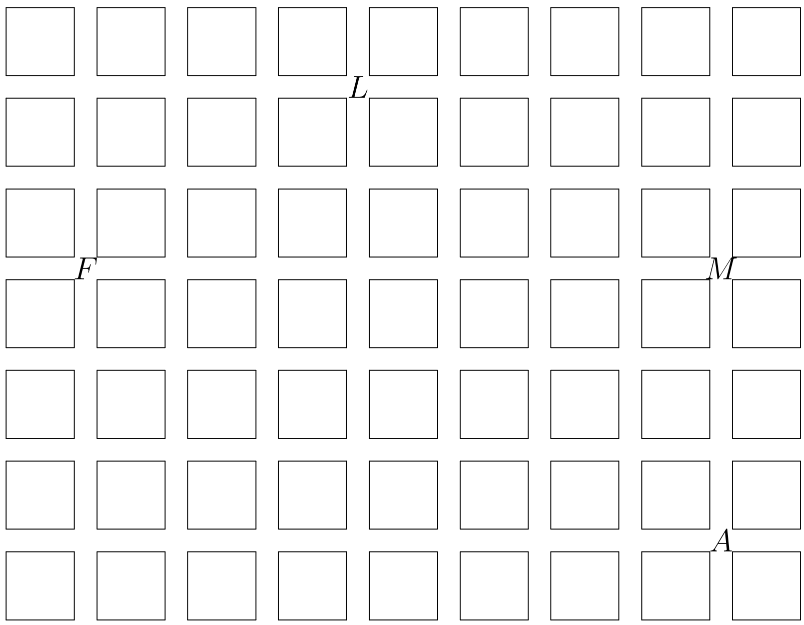
Når kodeteksten afkodes, fremkommer teksten Klimatopmoden i København, december 2009. Det antages at det først ord indeholder to fejl og skulle have været Klimatopmødet.

Lille Georgs julekalender 2009

8. december

Romeo og Julie bor i et kvarter hvor alle husblokke måler 50 m × 50 m, og gaderne udgør et kvadratnet som vist. De færdes altid i byen til fods og aftaler fra dag til dag nye mødesteder pr. sms. En dag sender Julie en besked til Romeo om at de skal mødes i et kryds som ligger lige langt fra Antonios yndlingsbar og det sted hvor Francesca plejer at købe sko. Lidt senere tilføjer hun i en ny besked at der fra mødestedet for resten også er lige langt at gå til Lauras frisør og til det sted hvor Matteo i sin tid mødte sin første kæreste. (De nævnte lokaliteter er afmærket på kortet nedenfor.) NB: Alle afstande er gå-afstande, ikke fugleflugt.

Hvilket problem har Romeo med den aftale?



Svar: Der er to steder der opfylder betingelserne

Lille Georgs julekalender 2009

9. december

Hans bryder sig ikke om cifrene 0 og 9. Han kalder tal hvori hverken 0 eller 9 indgår, for *solide* tal.

Her er nogle eksempler på 4-cifrede solide tal:

$$4833 \quad , \quad 5713 \quad , \quad 2662 \quad .$$

Hans påstår at summen af alle 4-cifrede solide tal er delelig med 9.

Har han ret?

Svar: Ja

Forklaring: Til hvert solidt tal knyttes en makker, nemlig det tal der fremkommer ved at ombytte hvert ciffer c med cifferet $9 - c$. Til 4833 svarer således 5166, til 5713 svarer 4286, og til 2662 svarer 7337. Vi lægger nu alle solide tal sammen ved først at lægge hvert tal sammen med sin makker. Det giver resultatet 9999, som er deleligt med 9. Den samlede sum består da af et antal gange 9999 og vil derfor også være delelig med 9.

Kommentar: Det spiller ingen rolle at der tales om 4-cifrede tal. Argumentet ville være lige så godt for n-cifrede tal for enhver anden værdi af n. (Faktisk er det heller ikke væsentligt at undtage cifrene 0 og 9. Men hvis de er med, skal argumentet omformuleres så man tager hensyn til at 4-cifrede tal ikke starter med et eller flere 0'er.) Opgaven kan i øvrigt løses på mange andre måder.

Lille Georgs julekalender 2009

10. december

Udregn følgende tal:

$$(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3})\cdot(1+\frac{1}{4})\cdot\ \ldots\ \cdot(1+\frac{1}{2009})\quad .$$

Svar: 1005

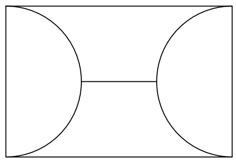
Forklaring: I hver parentes sættes på fælles brøkstreg. Derefter kan brøkerne let ganges sammen, og det meste kan forkortes væk:

$$\begin{aligned}
&(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3})\cdot(1+\frac{1}{4})\cdot\ \ldots\ \cdot(1+\frac{1}{2008})\cdot(1+\frac{1}{2009})\\
&= \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\ \ldots\ \cdot\frac{2009}{2008}\cdot\frac{2010}{2009}\\
&= \frac{3\cdot 4\cdot 5\cdot\ \ldots\ \cdot 2009\cdot 2010}{2\cdot 3\cdot 4\cdot\ \ldots\ \cdot 2008\cdot 2009}\\
&= \frac{2010}{2} = 1005\quad .
\end{aligned}$$

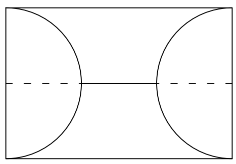
Lille Georgs julekalender 2009

11. december

I en lille park er der anlagt to halvcirkelformede stier og en tværsti, jf. figur. Derved opdeles parken i fire lige store områder. Hvor lang er tværstien?



Svar: 114 meter



Forklaring: Hver halvcirkel har radius 100 og dermed arealet $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 100^2$. Kald den ukendte side af rektanglet for x. Arealet af rektanglet er så $200 \cdot x$, men det er også lig med arealet af fire halvcirkler, da de fire stykker er lige store. Altså er $200 \cdot x = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 100^2$. Heraf fås

$$x = \frac{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 100^2}{200} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 100}{200} = 100\pi \quad .$$

Rektanglets langside er lig med længden af tværstien plus to gange radius. Længden af tværstien er dermed

$$x - 2 \cdot 100 = 100\pi - 200 \approx 114 \quad .$$

Lille Georgs julekalender 2009

12. december

Oskar gifter sig og får syv sønner. Hver af sønnerne gifter sig og får hver syv sønner. Hver af disse gifter sig og får syv sønner, der igen hver gifter sig og hver får syv sønner. Disse gifter sig og får hver syv sønner, der gifter sig, men ikke får nogen børn!

Oskars slægt er således på vej til uddø, men heldigvis har de sørget for at der i familiealbummet er et portræt af hver af de nævnte personer. Hvor mange portrætter er der ialt?

Svar: 39216
(eller 19608 hvis man ikke synes at konerne skal tælles med)

Forklaring: Vi tæller personer, først alle de mandlige: Oskar (1) får syv sønner (7), der hver får syv sønner ($7 \cdot 7 = 7^2$), der hver får syv sønner (7^3), der hver får syv sønner (7^4), der hver får syv sønner (7^5).
Ialt mandlige medlemmer af slægten:

$$1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 19608$$

Ialt medlemmer incl. alle deres koner:

$$2 \cdot 19608 = 39216$$

Kommentar: Summen $1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5$ kan udregnes således:

$$1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = \frac{7^6 - 1}{7 - 1} = \frac{117648}{6} = 19608$$

ved brug af formlen for summen af en endelig kvotientrække:

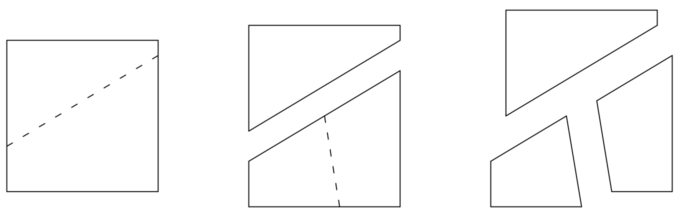
$$1 + q + q^2 + ... + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \quad .$$

(Denne formel kan bevises på følgende måde: Sæt $s = 1+q+q^2+...+q^{n-1}+q^n$; så er $q \cdot s = q \cdot 1 + q^2 + q^3 + ... + q^{n+1}$ og dermed $q \cdot s - s = q^{n+1} - 1$. Ved at sætte s uden for parentes fås $s \cdot (q - 1) = q^{n+1} - 1$, og ved divison med $q - 1$ fremkommer den påståede formel for s.)

Lille Georgs julekalender 2009

13. december

Mathildes to veninder har lavet en kvadratisk fødseldagslagkage til hende, og nu skal hun skære den ud i tre stykker på følgende måde: Først skæres kagen i to dele med et retlinet snit. Derefter deles det ene af stykkerne i to dele, igen med et retlinet snit. Figuren viser et eksempel på hvordan man kan skære.

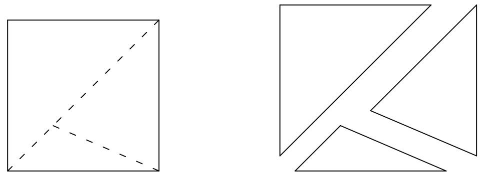


Inden de tre piger går i gang med at spise stykkerne, tager Mathilde sin vinkelmåler frem, måler vinklerne i hvert af de tre stykker og lægger alle vinklerne sammen.

Hvad er den mindst mulige sum der kan opnås ved at skære i kagen som angivet?

Svar: 540°

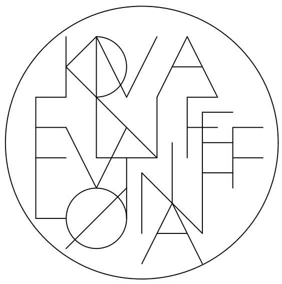
Forklaring: Kagen kan skæres ud i trekanter, f.eks. som vist. Den samlede vinkelsum af de tre stykker bliver da $3 \cdot 180° = 540°$.



Lille Georgs julekalender 2009

14. december

Som bekendt er der fundet vand på Månen. Men som du nok kan se på billedet her, er der også andre drikkevarer! Hvilke?



Svar: VAND, ØL, VIN, KAFFE, TE

Forklaring: Disse ord fremkommer ved kombination af bogstaver der er indeholdt i figuren, og med disse fem ord bruges bogstaverne lige præcis op.

(Andre drikkevarer end de nævnte er mulige hvis man tillader sig at bruge samme bogstav flere gange end det forekommer: f.eks. fløde, rødvin, ale, kir, akvavit, ...)

Kommentar: Denne opgave er *slet ikke* en matematikopgave.

Lille Georgs julekalender 2009

15. december

Miras Magiske Megabox indeholder hele tal, og den har den egenskab at for alle tal a og b der er med i den, er også tallenes sum $a + b$ og differens $a - b$ med.

Mira fortæller dig at tallene 105 og 342 er med i boxen, mens 218 ikke er det.

Hvad er det mindste positive tal i boxen?

Svar: 3

Forklaring: Da $342 - 105 = 237$, er 237 med. Da $237 - 105 = 132$, er 132 med. Da $132 - 105 = 27$, er 27 med.
Videre er $105 - 27 = 78$, $78 - 27 = 51$, $51 - 27 = 24$, $27 - 24 = 3$. Altså er 3 med.
For at vise at 3 er det *mindste* tal, skal vi udelukke muligheden at 1 eller 2 er med. Hvis 1 var med, ville også 2, 3, 4, 5 osv. være med (da $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $1 + 3 = 4$, osv.). Men så ville også 218 være med, hvilket jo ikke er tilfældet. På tilsvarende måde udelukkes 2. Hvis 2 var med, ville alle lige tal være med ($2 + 2 = 4$, $2 + 4 = 6$, $2 + 6 = 8$, osv.), men vi ved jo at 218 ikke er med.

Kommentar: Alle subtraktionerne ovenfor kan samles til
$342 - 3 \cdot 105 = 27$, $105 - 3 \cdot 27 = 24$, $27 - 1 \cdot 24 = 3$.
Her har vi benyttet *Euklids algoritme* til at bestemme største fælles divisor 3 for tallene 342 og 105. Man kan bevise at de tal der kan skrives på formen $342x + 105y$, hvor x og y er hele tal, præcis er alle multipla af 3, dvs. de tal der kan skrives på formen $3n$, hvor n er et helt tal.

Generelt gælder at største fælles divisor d for to tal a og b kan skrives som en *heltallig linearkombination* af a og b, dvs. at der findes altså hele tal x og y så $d = xa + yb$, og at mængden af heltallige linearkombinationer af a og b netop består af samtlige multipla af d.

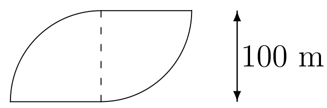
Lille Georgs julekalender 2009

16. december

Politiet har fået mistanke om at miljøaktivister vil trænge ind i den nyopførte fabrik der ejes af det berygtede makkerpar G. Risebasse & S. Vinepels. Derfor må ingen opholde sig inden for en afstand af 200 meter fra bygningen. Området afspærres med stribet tape.

Hvor mange meter tape skal der bruges?

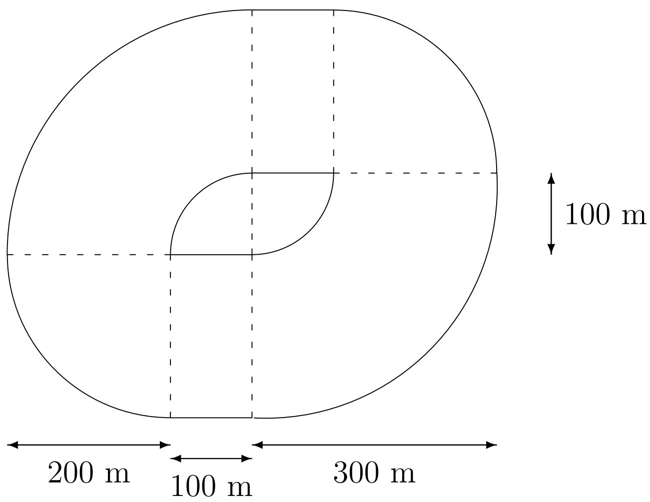
Figuren viser fabriksbygningen set fra oven. De to dele af bygningen udgøres af kvartcirkler der er sat sammen i en prisbelønnet arkitektonisk helhed.



Svar: 1771 meter

Forklaring: Afspærringen består af to lige stykker à 100 meter (parallelle med bygningens lige sider i afstanden 200 meter), to kvartcirkler med radius 300 meter (følger de oprindelige kvartcirkler i afstanden 200 meter) og to kvartcirkler med radius 200 meter (ved hjørnerne). Længden (i meter) af afspærringen er dermed i alt

$$2 \cdot 100 + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 300 + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 200 = 200 + 500\pi \approx 1771 \quad .$$



Lille Georgs julekalender 2009

17. december

Et 200 meter langt tog møder et 300 meter langt modkørende tog. Det korte tog kører dobbelt så hurtigt som det lange. Det tager 15 sekunder for de to tog at passere himanden.

Hvor hurtigt kører det lange tog?

Svar: 40 km i timen

Forklaring: Kald det lange togs fart for v. Det korte tog kører dobbelt så hurtigt, dvs. med farten $2v$. Da togene kører mod hinanden, bevæger et bestemt punkt på det ene tog (f.eks. forenden) sig med farten $3v$ i forhold til et bestemt punkt på det andet tog (f.eks. forenden af det andet tog).

Når togene mødes, er de to forender ud for hinanden. Lige idet de har passeret hinanden, er bagenderne ud for hinanden, dvs. forenderne er 200 m + 300 m = 500 meter fra hinanden. Forenden på det ene tog har altså på 15 sekunder bevæget sig 500 meter i forhold til forenden på det andet tog. Den relative fart $3v$ er derfor lig med $\frac{500}{15}$ m/s. Ved division med 3 og omregning til km i timen fås $v = \frac{500 \cdot 3600}{15 \cdot 3 \cdot 1000} = 40$ km i timen.

Lille Georgs julekalender 2009

18. december

Tallene fra 1 til 6 skrives på siden fladerne af en terning, og for hver kant i terningen udregnes summen af de tal der står på de to sideflader der støder op til denne kant.

Er det muligt at anbringe tallene på en sådan måde at alle disse kantsummer bliver forskellige?

Betyder det noget for svaret på opgaven at det er tallene fra 1 til 6 der skrives, eller er det uden betydning hvilke seks forskellige tal der skal skrives på sidefladerne?

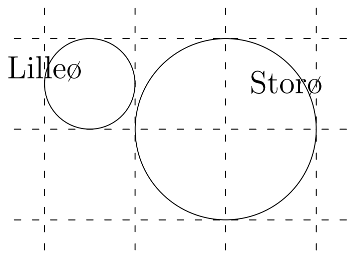
Svar: a) Nej, det er umuligt (med tallene fra 1 til 6).
b) Ja, det har betydning. Man kan vælge andre tal så det godt kan lade sig gøre.

Forklaring: a) En terning har tolv kanter, men der er kun ni forskellige summer af par af forskellige tal blandt tallene 1 til 6 (den mindste sådanne sum er $1 + 2 = 3$, den største er $5 + 6 = 11$). Ifølge skuffeprincippet må da nogle kantsummer være ens uanset hvordan tallene fordeles på sidefladerne.
b) Skriv f.eks. tallene 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000 på de seks sideflader. Det er let at se at alle kantsummer bliver forskellige.

Lille Georgs julekalender 2009

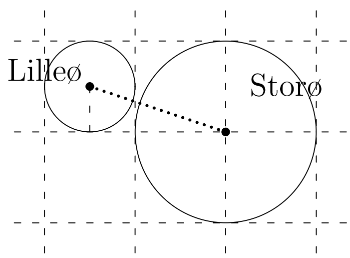
19. december

Peter har besluttet at svømme fra Lilleø til Storø. Hvor langt er der? Lilleø har en diameter på 10 km.



Svar: 811 meter

Forklaring: Den korteste afstand mellem de to øer ligger på centerlinien, som har længden $\sqrt{5^2+15^5}=\sqrt{250}$ meter (Pythagoras).



Svømmeturens længde (i km) er længden af centerlinien minus summen af de to radier:

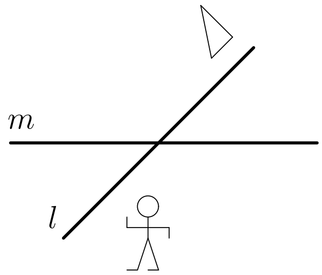
$$\sqrt{250}-(5+10)\approx 0,811.$$

Lille Georgs julekalender 2009

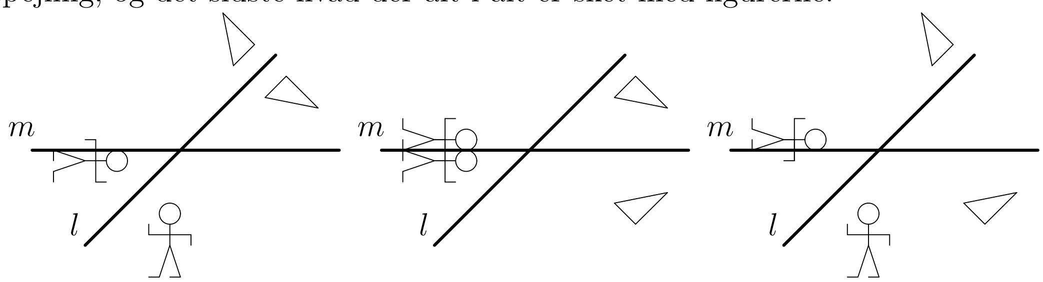
20. december

Hvad sker der med de viste figurer hvis de først spejles i linien l og derefter i linien m?

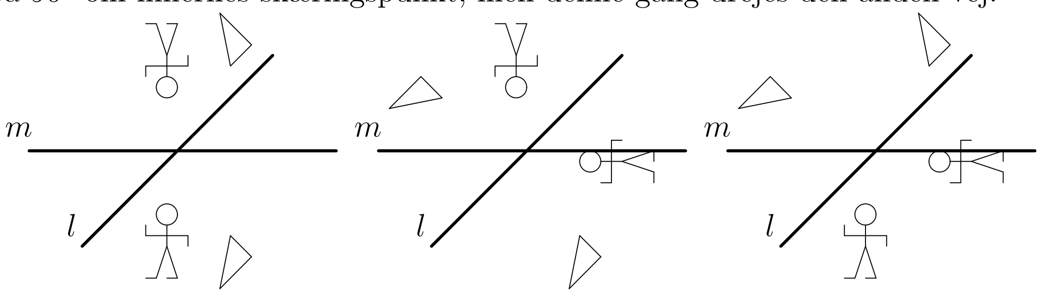
Hvad sker der hvis man foretager spejlingerne i den omvendte rækkefølge?



Svar: Figurerne drejes 90° om liniernes skæringspunkt. Det ses på billedserien, hvor det første billede viser den første spejling, det andet den anden spejling, og det sidste hvad der alt i alt er sket med figurerne:



Hvis spejlingerne sker i omvendt rækkefølge, sker der ligeledes en drejning på 90° om liniernes skæringspunkt, men denne gang drejes den anden vej:



Forklaring: Når to spejlinger om to ikke-parallelle akser sammensættes, fås en drejning om spejlingsaksernes skæringspunkt. Drejningsvinklen er det dobbelte af vinklen mellem spejlingsakserne.

Lille Georgs julekalender 2009

21. december

På bordet ligger 25 ølkapsler. To personer skiftes til at fjerne en, to eller tre ølkapsler. Man vinder spillet hvis man tager den sidste kapsel. Hvis man gerne vil vinde, hvad er så bedst, at begynde eller at være nr. to?

Svar: Det er bedst at begynde.

Forklaring: Lad os kalde spillerne A og B. Hvis A begynder, kan han vinde spillet ved at benytte følgende strategi: I sin første tur fjerner han én kapsel. På bordet resterer nu 24 kapsler, og det er B's tur. I alle de følgende træk "svarer" A på B's træk på følgende måde: Alt efter om B fjerner én, to eller tre kapsler, fjerner han selv tre, to eller én. På denne måde er der hver gang A er færdig med sin tur, et multiplum af 4 tilbage på bordet. På et tidspunkt er der 4 kapsler tilbage. Uanset hvor mange B fjerner, kan A fjerne de resterende og således vinde.

Lille Georgs julekalender 2009

22. december

Figuren viser i øverste række forsiden af 16 kort med tallene fra 1 til 16. Nederste række viser bagsiden af de samme kort - muligvis lagt i en anden rækkefølge. Her står også tallene fra 1 til 16, men skrevet som romertal. Du får nu følgende oplysninger:
a) tallet på forsiden af ethvert romertal med to bogstaver er deleligt med 2,
a) tallet på forsiden af ethvert romertal med tre bogstaver er deleligt med 3.

Hvad det størst mulige antal kort der kan have samme tal på forsiden og bagsiden?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI

Svar: 7 kort

Forklaring: De fem kort III, VII, XII, XIV og XVI skal parres med de fem tal 3, 6, 9, 12, 15, som er de tal der er delelige med tre. Her kan III parres med 3 og XII med 12, men de øvrige passer ikke sammen.

De seks kort II, IV, VI, IX, XI, XV skal parres med de lige tal som ikke allerede er brugt, dvs. som ikke er delelige med 3. Det drejer sig altså om de seks tal 2, 4, 8, 10, 14, 16. Her kan II parres med 2 og IV med 4, men de øvrige passer ikke sammen.

De resterende kort I, V, VIII, X og XIII skal nu parres med 1, 5, 7, 11 og 13. Her passer I med 1, V med 5 og XIII med 13, mens de øvrige ikke passer sammen.

Alt i alt er det lykkedes at få 7 kort til at have samme tal på for- og bagsiden, og dette er det højest mulige antal.

Lille Georgs julekalender 2009

23. december

Lillejuleaften går julemanden en inspektionsrunde på sine værksteder. Turen går bl.a. til de fem værksteder hvor der fremstilles gyngeheste, lige mange på hvert værksted.

- Hvordan går det så? spørger julemanden hvert sted.

- Fint, svarer overnissen på det første værksted. Vi er færdige. Vi er 12 nisser der arbejder her, og vi har hver lavet præcis lige mange gyngeheste, undtagen mig, jeg har lavet dobbelt så mange som de andre.

På det andet værksted mangler man præcis en sjettedel af gyngehestene. På det tredje står det endnu værre til: her er præcis to tredjedele færdige. På det fjerde værksted er alle gyngeheste næsten færdige - dog mangler præcis en femtedel af dem at blive malet. På det femte og sidste værksted mangler man kun de prikkede gyngeheste - der skal laves en prikket for hver syv normale.

- Hvor mange gyngeheste skal der egentlig alt i alt laves? spørger vi julemanden.

- Åh, et sted mellem 5000 og 10000, svarer han, jeg husker det ikke lige.

Hvad er det præcise antal?

Svar: 7800

Forklaring: Det samlede antal gyngeheste kaldes n. Så er $n = 5m$, hvor m er antallet af gyngehste der skal laves på hvert værksted.

Af oplysningerne på det første værksted ses at m er delelig med 13 (da antallet kan deles i 13 ens portioner hvoraf en enkelt nisse tager to). Af oplysningerne på det andet værksted følger at m er delelig med 6. Oplysningerne på det tredie værksted fortæller at m er delelig med 3. På det fjerde værksted fremgår at m er delelig med 5, og oplysningerne fra det sidste værksted giver delelighed med 8. Det mindst mulige tal m der er deleligt med både 13, 6, 3, 5 og 8, er $13 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 = 1560$, hvilket giver $n = 5 \cdot 1560 = 7800$. Da $n \leq 10000$, kan m ikke være større, og 7800 er det søgte antal.

Lille Georgs julekalender 2009

24. december

I alle felterne i skemaet nedenfor er der tal. De fleste af dem er dog skrevet med usynligt blæk. Uanset hvor i skemaet du vælger fire felter i træk i samme række, er summen af tallene i disse felter lig med 16. Det samme gælder for fire felter lige oven over hinanden i samme kolonne.

Kan man ud fra disse oplysninger afgøre hvad summen af tallene i den indrammede midterboks er?

							1		
	3							7	
			7						
	5					4			
		6							
							1		

Svar: Ja. Summen er 24.
Forklaring: Indse først at både vandret og lodret må hvert femte felt være ens. Se f.eks. på 3-tallet højt oppe til venstre. Summen af dette tal og de tre følgende er lig med 16; men det samme gælder så tre følgende plus det efterfølgende. Altså må dette efterfølgende tal også være et 3-tal.

På denne måde kan mange felter fyldes ud: Man gentager blot tal lodret og vandret fem pladser henne.

Se igen på det førnævnte 3-tal. Det efterfølges nu af en tom plads, et 1-tal og et 7-tal. Da summen er 16, må der på den tomme plads stå 5. Neden for dette 5-tal står et 4-tal og et 6-tal og en tom plads. På den tomme plads må der følgelig stå et 1-tal.

Kik nu på midterboksen. De to nederste pladser er fyldt ud. Hvad skal stå i de øverste, kan ikke afgøres, men summen af de to øverste pladser og de to 1-taller umiddelbart til venstre herfor er 16. Summen af de øverste tal i boksen er derfor 14. Summen af samtlige fire tal i boksen er således 24. (Glædelig jul!)

							1		
	3				3			7	
			7						
	5					4			
		6							
							1		

			1				1		
	3		1	7	3			7	
		4							
		6	7						
			1						
			1	7	3				
	5	4				4			
		6							
			1				1		

			1				1		
	3	5	1	7	3			7	
		4							
		6	7						
		1	1						
			1	7	3				
	5	4				4			
		6							
			1				1		