

IMO 2006, Ljubljana  
13. juli 2006

**Opgave 4.** Bestem alle par af heltal  $(x, y)$  sådan at

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

**Opgave 5.** Lad  $P(x)$  være et polynomium af grad  $n > 1$  med heltallige koefficienter. Lad  $k$  være et positivt heltal. Betragt polynomiet  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , hvor  $P$  optræder  $k$  gange. Bevis at der eksisterer højst  $n$  forskellige heltal  $t$  sådan at  $Q(t) = t$ .

**Opgave 6.** Tildel til hver kant  $b$  i en konveks polygon  $P$  det maximale areal af en trekant liggende inde i  $P$  og med  $b$  som en kant. Vis at summen af de tildelte arealer er mindst to gange arealet af  $P$ .

*Tilladt tid: 4 timer og 30 minutter  
Hver opgave er 7 point værd*