

# 46. Internationale Matematikolympiade

Anden dag

Mérida, Mexico

Torsdag den 14. juli 2005

Language: Danish

**Opgave 4.** Givet talfølgen  $a_1, a_2, \dots$  defineret ved

$$a_n = 2^n + 3^n + 6^n - 1 \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Bestem alle naturlige tal som er indbyrdes primiske med hvert eneste led i talfølgen.

**Opgave 5.** Lad  $ABCD$  være en givet konveks firkant hvor siderne  $BC$  og  $AD$  er lige lange og ikke-parallele. Lad  $E$  og  $F$  være indre punkter på siderne  $BC$  og  $AD$ , henholdsvis, således at  $BE = DF$ . Linjerne  $AC$  og  $BD$  skærer hinanden i  $P$ , linjerne  $BD$  og  $EF$  skærer hinanden i  $Q$  og linjerne  $EF$  og  $AC$  skærer hinanden i  $R$ . Betragt nu alle trekkanterne  $PQR$ , idet  $E$  og  $F$  varierer. Vis at de omskrevne cirkler til alle disse trekkanter har et andet punkt fælles end  $P$ .

**Opgave 6.** I en matematikkonkurrence skulle deltagerne besvare 6 opgaver. Hvert par af disse opgaver blev løst af flere end  $\frac{2}{5}$  af deltagerne. Ingen løste alle 6 opgaver.

Vis at mindst to deltagere løste netop 5 opgaver hver.

Tilladt tid: 4 timer og 30 minutter.

Hver opgave vurderes til maksimalt 7 point.