

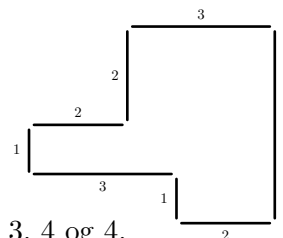
Georg Mohr-Konkurrencen 2021

Anden runde

Tirsdag den 12. januar 2021 kl. 9-13

Tilladte hjælpemidler: kun skrive- og tegneredskaber.
Husk at argumentation er væsentlig ved bedømmelsen,
og at delvise besvarelser også kan give point.

Opgave 1. Georg har et sæt pinde. Af dem skal han lave en lukket figur med den egenskab at hver pind danner rette vinkler med sine nabopinde. Alle pindene skal bruges. Hvis pindene har længderne 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 og 4, kan figuren for eksempel se således ud:



- (a) Vis at han kan lave en sådan figur hvis pindene har længderne 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4 og 4.
- (b) Bevis at det ikke kan lade sig gøre hvis pindene har længderne 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4 og 4.
- (c) Afgør om det kan lade sig gøre hvis pindene har længderne 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4 og 5.

Opgave 2. Georg har en 4-sidet terning med tallene 2, 3, 4 og 5. Han slår 17 gange med terningen og skriver for hvert slag resultatet på en tavle så der til slut står 17 tal på tavlen. Georg lægger mærke til at gennemsnittet af de 17 tal er et helt tal.

Kan hvert af tallene 2, 3, 4 og 5 optræde mindst tre gange på Georgs tavle?

Opgave 3. Georg undersøger hvilke hele tal der kan skrives på formen

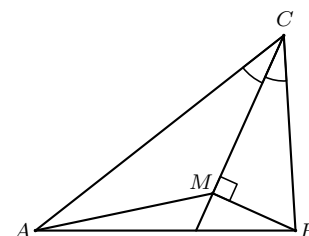
$$\pm 1^2 \pm 2^2 \pm 3^2 \pm \dots \pm n^2.$$

For eksempel kan tallet 3 skrives som $-1^2 + 2^2$, og tallet -13 kan skrives som $+1^2 + 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2$.

Kan alle hele tal skrives på denne måde?

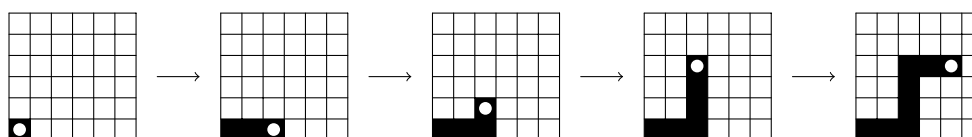
Opgave 4. I trekant ABC er $|AC| > |BC|$. Punktet M ligger på vinkelhalveringslinjen til vinkel C , og BM er vinkelret på vinkelhalveringslinjen.

Bevis at arealet af trekant AMC er halvt så stort som arealet af trekant ABC .



Opgave 5. På et bræt med 2021×2021 felter er alle felter hvide pånær et hjørnefelt som er sort. Alma og Bertha spiller følgende spil. Til at starte med står der en brik på det sorte felt. I hvert træk skal en spiller flytte brikken til et nyt felt i samme række eller søjle som det felt brikken står på. Alle felter som brikken flytter henover, inklusive slutfeltet, skal være hvide pånær startfeltet, og alle felter brikken flytter henover, inklusive slutfeltet, bliver farvet sorte ved dette træk. Alma starter, og de skiftes til at trække. Den første som ikke kan trække, har tabt.

Hvilken spiller kan lægge en strategi der sikrer hende sejren?



Figuren viser et eksempel på mulige indledende træk i et tilsvarende spil på et bræt med 6×6 felter.