

# Georg Mohr-Konkurrencen 2011

## Anden runde

Torsdag den 20. januar 2011 kl. 9-13

Tilladte hjælpemidler: kun skrive- og tegneredskaber.

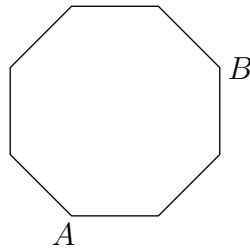
Husk at du skal argumentere for dine svar.

**Opgave 1.** Georg skriver tallene fra 1 til 15 på hvert sit stykke papir. Han forsøger at lægge papirerne i to bunker så ingen af bunkerne indeholder to tal hvis sum er et kvadrattal.

Bevis at det ikke kan lade sig gøre.

(Kvadrattallene er tallene  $0 = 0^2$ ,  $1 = 1^2$ ,  $4 = 2^2$ ,  $9 = 3^2$  osv.).

**Opgave 2.** I ottekanten vist nedenfor har alle sider længden 1, og alle vinkler er lige store.



Bestem afstanden mellem hjørnerne  $A$  og  $B$ .

**Opgave 3.** Bestem samtlige måder hvorpå brøken  $\frac{1}{11}$  kan skrives som  $\frac{1}{n} + \frac{1}{m}$ , hvor  $n$  og  $m$  er to forskellige positive hele tal.

**Opgave 4.** En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = x^2 - 2x.$$

Bevis at der findes et tal  $a$  som opfylder at  $f(f(a)) = a$  uden at  $f(a) = a$ .

**Opgave 5.** Bestem alle talsæt  $(a, b, c)$  af positive hele tal hvor  $b^2$  fås ved at man fjerner sidste ciffer i  $c^2$ , og  $a^2$  fås ved at man fjerner sidste ciffer i  $b^2$ .

*Sponsorer: Georg Mohr Fonden, Carlsbergs Mindelegat for Brygger J.C. Jacobsen, Dansk Matematisk Forening, Matematiklærerforeningen, Undervisningsministeriet, Gyldendal, Syddansk Universitetsforlag og Texas Instruments.*