

Georg Mohr-konkurrencen 2010

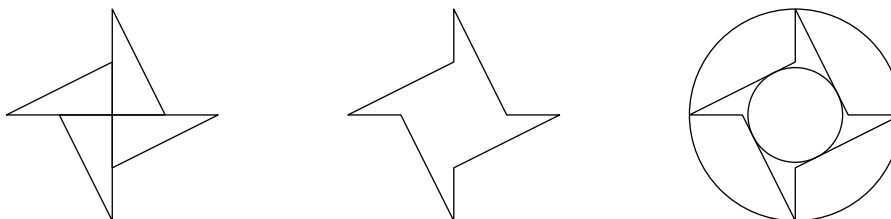
Anden runde

Torsdag den 7. januar 2010 kl. 9–13

Tilladte hjælpemidler: Kun skrive- og tegneredskaber
Husk at du skal argumentere for dine svar

Opgave 1. Fire retvinklede trekanter hver med kateterne 1 og 2 samles til en figur som vist.

Hvor stor en brøkdel udgør den lille cirkels areal af den stores?

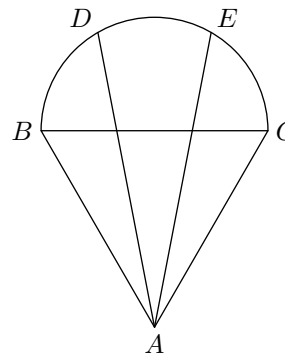


Opgave 2. Bevis at der for ethvert helt tal n findes hele tal a , b og c så $n = a^2 + b^2 - c^2$.

Opgave 3. Kan 29 drenge og 31 piger stilles op på række med hinanden i hånden så ingen holder to piger i hånden?

Opgave 4. En ligesidet trekant ABC er givet. Med BC som diameter tegnes en halvcirkel uden for trekanten. På halvcirklen vælges punkter D og E så buelængderne BD , DE og EC er lige store.

Bevis at linjestykkerne AD og AE deler siden BC i tre lige store stykker.



Opgave 5. Det oplyses at 2^{2010} er et 606-cifret tal som begynder med 1.

Hvor mange af tallene $1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{2009}$ begynder med 4?