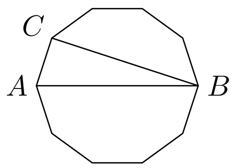
Georg Mohr-Konkurrencen 2007
Anden runde

Tirsdag den 9. januar 2007 kl. 9–13

Tilladte hjælpemidler: kun skrive- og tegneredskaber

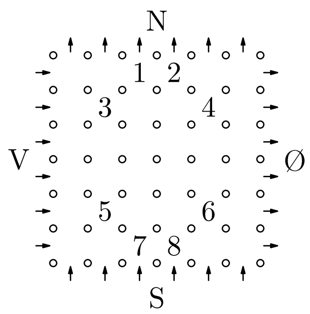


Opgave 1. I en regulær tikant ligger trekant ABC som vist på figuren.

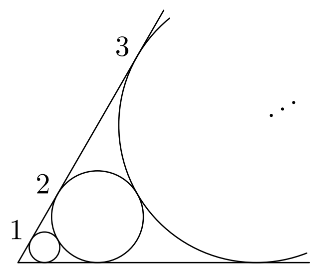
Hvor stor en brøkdel udgør trekantens areal af hele tikantens areal? Svaret ønskes opskrevet som en brøk hvor tæller og nævner er hele tal.

Opgave 2. Hvad er det sidste ciffer i tallet 2007^{2007}?

Opgave 3. En snedig drage bevogter en prinsesse. For at overvinde dragen og vinde prinsessen skal man løse følgende opgave: Dragen har i nogle af felterne i søjlehallen (se figur) anbragt tallene 1–8. Selv må man i resten af felterne anbringe tallene 9–36. Tallene 1–36 skal stå således at *enhver* tur der starter med at man går ind fra enten syd eller vest, og ender med at man går ud mod enten nord eller øst, går gennem mindst ét tal fra 5-tabellen. (På figuren er nord, syd, øst og vest angivet med N, S, Ø og V).



Georg ønsker at vinde prinsessen. Kan det lade sig gøre?



Opgave 4. Figuren viser en vinkel på 60°, hvori der ligger 2007 nummererede cirkler (kun de 3 første er vist på figuren). Cirklerne er nummererede efter størrelse. Cirklerne tangerer vinklens ben og hinanden som vist på figuren. Cirkel nummer 1 har radius 1.

Bestem radius af cirkel nummer 2007.

Opgave 5. Tallene $a_0, a_1, a_2, \ldots$ er bestemt ved at $a_0 = 0$, og

$$a_n = \begin{cases} 1 + a_{n-1} & \text{når } n \text{ er positiv og ulige,} \\ 3a_{n/2} & \text{når } n \text{ er positiv og lige.} \end{cases}$$

Hvor mange af disse tal er mindre end 2007?

Sponsorer: Georg Mohr Fonden, Carlsbergs Mindelegat for Brygger J. C. Jacobsen, Dansk Matematisk Forening, Matematiklærerforeningen, Undervisningsministeriet, Wolfram Research, UNI-C og Gyldendal.