

Georg Mohr-Konkurrencen

Opgaver · 1996

Opgave 1. I trekant ABC er vinkel C ret, og de to kateter har begge længden 1. For et givet valg af punktet P på kateten BC afsættes punktet Q på hypotenusen og punktet R på den anden katete således at PQ er parallel med AC , og QR er parallel med BC . Derved opdeles trekanten i tre dele. Bestem de beliggenheder af punktet P for hvilke den rektangulære del har større areal end hver af de to andre dele.

Opgave 2. Bestem alle reelle talsæt (x, y, z) som opfylder ligningssystemet

$$\begin{aligned}xy &= z \\xz &= y \\yz &= x.\end{aligned}$$

Opgave 3. Årets gaveidé fra BABYMATH består af en serie på ni farvede plastikbeholdere af aftagende størrelse, skiftevis af form som en terning og en kugle. Alle beholdere kan åbnes og lukkes med et praktisk hængsel, og hver beholder kan lige netop rumme den næste i rækken. Den største og mindste beholder er begge terninger. Bestem forholdet mellem disse terningers kantlængder.

Opgave 4. Om et naturligt tal n oplyses at tallet n^2 har 7 som næstsidste ciffer. Hvad er sidste ciffer i n^2 ?

Opgave 5. I en balsal sidder syv herrer A, B, C, D, E, F og G lige over for syv damer a, b, c, d, e, f og g i en tilfældig rækkefølge. Da herrerne rejser sig og går over dansegulvet for at bukke for hver deres dame, er der en der bemærker at mindst to af herrerne tilbagelægger lige lange veje. Vil det altid være sådan? Figuren viser et eksempel. I eksemplet er $|Bb| = |Ee|$ og $|Dd| = |Cc|$.

