

# Georg Mohr-Konkurrencen

## Opgaver · 1991

**Opgave 1.** Beskriv mængden af de punkter  $P(x, y)$  som har dobbelt så stor afstand til  $A(3, 0)$  som til  $O(0, 0)$ .

**Opgave 2.** Bevis at der for  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  gælder at

$$\sin x + \tan x > 2x.$$

**Opgave 3.** En retvinklet trekant har omkreds 60, og højden på hypotenusen har længde 12. Bestem sidernes længder.

**Opgave 4.** Lad  $a, b, c$  og  $d$  være vilkårlige reelle tal. Bevis at hvis

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = ab + bc + cd + da,$$

så er  $a = b = c = d$ .

**Opgave 5.** Vis at uanset hvordan 15 punkter afsættes inden for en cirkel med radius 2 (cirkelranden medregnet), vil der eksistere en cirkel med radius 1 (cirkelranden medregnet) som indeholder mindst tre af de 15 punkter.