

Georg Mohr-Konkurrencen

Opgaver · 1991

Opgave 1. Beskriv mængden af de punkter $P(x, y)$ som har dobbelt så stor afstand til $A(3, 0)$ som til $O(0, 0)$.

Opgave 2. Bevis at der for $0 < x < \frac{\pi}{2}$ gælder at

$$\sin x + \tan x > 2x.$$

Opgave 3. En retvinklet trekant har omkreds 60, og højden på hypotenusen har længde 12. Bestem sidernes længder.

Opgave 4. Lad a, b, c og d være vilkårlige reelle tal. Bevis at hvis

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = ab + bc + cd + da,$$

så er $a = b = c = d$.

Opgave 5. Vis at uanset hvordan 15 punkter afsættes inden for en cirkel med radius 2 (cirkelranden medregnet), vil der eksistere en cirkel med radius 1 (cirkelranden medregnet) som indeholder mindst tre af de 15 punkter.